Aus der Professur Astrophysik der Universität Potsdam

Helium-Akkretion auf C/O-Weiße Zwerge

Diplomarbeit

im Fachgebiet Physik
an der
Universität Potsdam

1. Betreuer: Prof. Dr. Wolf-Rainer Hamann
Universität Potsdam

2. Betreuer: Prof. Dr. Norbert Langer
Universität Utrecht

vorgelegt von
Silvia Scheithauer

Potsdam, im Mai 2000

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Zusammenfassung

Weiße Zwerge, bestehend aus einem Kohlenstoff-Sauerstoff-Gemisch, welches von einer sehr dünnen Hülle aus Wasserstoff und Helium umgeben ist, sind die Endstadien der Entwicklung von Sternen mit Anfangsmassen unterhalb etwa 8 Sonnenmassen ($M_\odot$). Weiße Zwerge haben typischerweise eine Masse von 0.6 $M_\odot$ und jegliche thermonuklearen Fusionsprozesse sind in ihnen erloschen. Sie kühlen auf einer Zeitskala vergleichbar mit dem Alter des Universums ab, wobei das Gas des Kohlenstoff-Sauerstoff-Kerns mehr und mehr entartet und schließlich sogar kristallisiert. Befinden sich solche Objekte in engen Doppelsternsystemen, so kann Material vom Begleitstern überströmen – der Weiße Zwerg akkretiert und seine Masse steigt. Liegt die Massenüberstromrate in einem bestimmten Bereich, so kann das akkretierte Material stationär durch thermonukleare Fusion in Kohlenstoff und Sauerstoff umgewandelt werden. Unter diesen Bedingungen ist es möglich, dass die Masse des Weißen Zwerges bis zur kritischen sogenannten CHANDRASEKHAR-Grenzmasse von circa 1.4 $M_\odot$ zunehmen kann, wodurch die Explosion des Weißen Zwerges in Form einer Supernova vom Typ Ia ausgelöst wird. In dieser Diplomarbeit wird speziell die Akkretion heliumreichen Materials auf C/O-Weiße-Zwerge betrachtet.

Eines der Ziele dieser Arbeit ist es, das Sternentwicklungsprogramm zur Berechnung der Entwicklung von Doppelsternsystemen einschließlich des Massenüberstroms dahingehend zu erweitern, dass Weiße Zwerge als Systemkomponenten betrachtet werden können. Dazu ist zunächst die Einbeziehung des Energieverlusts durch Neutrinoemission notwendig, welcher insbesondere in heißen Weißen Zwergen den Energiehaushalt dominieren kann. Weiterhin erweist sich eine Erweiterung der im Computerprogramm verwendeten Zustandsgleichung als unabdingbar, um die bei kühleren Weißen Zwergen wichtige Energiefreisetzung und Druckreduktion auf Grund der COULOMB-Wechselwirkung zwischen Ionen und Elektronen bis hin zur Kristallisation zu berücksichtigen. Für beide Effekte wird auf neuere Ergebnisse in der Literatur zurückgegriffen.

Mit dem so ausgestatteten Computerprogramm werden Entwicklungssequenzen Weißer Zwerge verschiedener Massen bis zu sehr großem Alter berechnet. Da sowohl die Masse als auch das Alter der Weißen Zwerge bei Beginn der Akkretion in Doppelsternsystemen von dessen Vorgeschichte abhängig ist und

daher stark variieren kann, werden aus diesen Entwicklungssequenzen verschiedene Weiße-Zwerg-Modelle herausgenommen und als Anfangsmodelle für die Rechnungen akkretierender Weißer Zwerge genutzt.

Auf diese Anfangsmodelle wird heliumreiches Material mit konstanten Raten akkretiert. Das Massenwachstum dieser Weißen Zwerge wird in Abhängigkeit von den Parametern Anfangsmasse, Anfangsleuchtkraft und Akkretionsrate untersucht. Der größte Massenzuwachs wird bei den Sequenzen erzielt, die von leuchtkräftigen Modellen ausgehen, in denen die Helium-Schalenquelle noch einen signifikanten Beitrag zur Gesamtleuchtkraft des Sterns liefert und bei denen die Akkretionsrate zwischen $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}$ und $10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$ liegt. In diesen Sequenzen stellt sich in Abhängigkeit von der Akkretionsrate ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein und die Weiße-Zwerg-Masse kann in einer Phase stetigen Helium-Schalenbrennens anwachsen. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist die mittlere nukleare Leuchtkraft während des stetigen Schalenbrennens, desto länger ist die Zeitspanne, die der Stern in dieser Phase verbringt und desto größer ist der Massenzuwachs des C/O-Kerns. Wenn die geometrische Ausdehnung der Heliumschale zu gering wird, beginnt das Schalenbrennen instabil zu werden und es entwickeln sich Thermische Pulse. In den Pulsen kann die nukleare Leuchtkraft die Sternleuchtkraft um Größenordnungen übersteigen. Die plötzliche große Energiefreisetzung führt zu einer Ausdehnung des Sternradius, wobei jedoch die akkretierte Masse nicht wieder in den interstellaren Raum entweichen kann, so dass die Kernmasse des Weißen Zwerges auch während der Thermischen Pulse weiterhin anwächst. Die Ausdehnung des Radius in den Pulsen findet auf der thermischen Zeitskala der Hülle statt. Je größer die Akkretionsrate ist, desto kleiner ist diese Zeitskala und desto mehr Pulse treten während einer bestimmten Zeitspanne auf. Die Rechnungen müssen in dieser Arbeit beendet werden, wenn die Leuchtkraft in einem Thermischen Puls die EDDINGTON-Leuchtkraft übersteigt.

Wird Helium mit zu großen Raten akkretiert (z.B. $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$), so sammelt sich das Material in einer ausgedehnten Hülle um den Weißen Zwerg an. Durch den Druck des Materials steigt die Temperatur in der Helium-Schalenquelle und die Energieproduktion nimmt zu. Dadurch erhöht sich die Leuchtkraft und der Stern stößt an sein EDDINGTON-Limit. Wird Helium auf Ausgangsmodelle mit kleineren Leuchtkräften, in denen die Schalenquelle schon fast erloschen ist – die also schon stark entartet sind – akkretiert, so entartet das Material in der Schalenquelle bald selbst. Auch bei kleinen Akkretionsraten (z.B. $\dot{M} = 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$), entartet das Material infolge der langsamen Akkretion auf der Oberfläche des Weißen Zwerges. Hat sich eine genügend dicke Schicht Heliums angesammelt, so dass die Brenntemperatur erreicht wird, kommt es zu einem Flash, in dem sehr viel Energie frei ge-

setzt wird. In diesen Fällen übersteigt die Leuchtkraft des Sterns wieder die EDDINGTON-Leuchtkraft.
Der größte Massenzuwachs wurde bei dem Startmodell des Weißen Zwerges von 1 $M_{\odot}$ erzielt, auf den mit einer Rate von $2{\cdot}10^{-6}\,M_{\odot}\,yr^{-1}$ Helium akkretiert worden ist. Er konnte seine Masse im stetigen Helium-Schalenbrennen auf 1.34 $M_{\odot}$ vergrößern. Für die Sequenzen, in denen eine Phase stetigen Helium-Schalenbrennens auftrat, konnte eine empirische Beziehung zwischen Leuchtkraft, Kernmasse, Kernradius, Akkretionsrate und Hüllenmasse der Weißen Zwerge gefunden werden.

Aus der vorliegenden Arbeit geht hervor: Das Anwachsen der Kernmasse Weißer Zwerge bei Akkretion hängt vor allem vom Alter (Leuchtkraft) der Anfangsmodelle und der Akkretionsrate ab. Um ein möglichst großes Massenwachstum zu erzielen, sollten Ausgangsmodelle gewählt werden, bei denen die Helium-Schalenquelle noch einen signifikanten Beitrag zur Gesamtleuchtkraft des Sterns liefert, in denen sich ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft einstellen kann. Dieses Gleichgewicht stellt sich in Abhängigkeit von der Akkretionsrate ein. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist die Leuchtkraft während der Phase des stetigen Schalenbrennens und desto mehr Masse kann akkretiert werden. Eine geringe Entartung im Ausgangsmodell kann bei Akkretion mit einer hohen Rate in einem nuklearen Flash aufgehoben werden, so dass sich wieder eine Phase stetigen Schalenbrennens anschließt. Bei zu starker Entartung im Ausgangsmodell steigt die Sternleuchtkraft auf Grund der Stärke des Flashs über die EDDINGTON-Leuchtkraft und es konnte keine Phase des stetigen Schalenbrennens erreicht werden.

Kapitel 1

Einleitung

Es gibt verschiedene Arten von Doppelsternsystemen, die einen C/O-Weißen Zwerg enthalten. Zu den bekanntesten zählen die Kataklysmischen Veränderlichen. In diesen strömt Materie von einem meist massearmen Hauptreihenstern auf einen Weißen Zwerg über. Das überfließende, meist wasserstoffreiche Material, wird im Gravitationsfeld des Weißen Zwerges beschleunigt. Der Drehimpuls der einfallenden Materie bleibt erhalten und es bildet sich eine schnell rotierende Akkretionsscheibe um den Weißen Zwerg heraus, aus der dann Materie auf die Oberfläche des Weißen Zwerges gelangt. Die Stelle, in der die überströmende Masse auf die Akkretionsscheibe auftrifft, wird als „heißer Fleck" bezeichnet, da hier die Temperatur besonders hoch ist. In der Akkretionsscheibe und auf der Oberfläche des Weißen Zwerges können Instabilitäten auftreten, die zu plötzlichen Helligkeitsänderungen im Gesamtsystem führen. So spricht man von einer Nova, wenn sich eine bestimmte Menge wasserstoffreichen Materials auf der Oberfläche des Weißen Zwerges angesammelt hat und explosiv zündet: Es kommt zu einem vorübergehenden Helligkeitsanstieg im Gesamtsystem. Der Weiße Zwerg wird bei dieser Explosion nicht zerstört; es wird nur ein Teil der akkretierten Masse in den interstellaren Raum abgegeben. Wenn sich wieder genügend Masse auf der Oberfläche des Weißen Zwerges angesammelt hat, kann sich die Nova-Explosion wiederholen. Die Zeit, die zwischen den einzelnen Nova-Ausbrüchen vergeht, hängt von der Massenüberstromrate und der Masse des Weißen Zwerges ab (Zimmermann & Weigert, 1999).

Es gibt aber auch Systeme, die sogenannten AM-Canum-Venaticorum-Systeme, in denen Massentransfer von reinem Helium zwischen zwei Weißen Zwergen stattfindet (Provencal et al., 1995). Der Massentransfer erfolgt über eine Akkretionsscheibe vom masseärmeren auf den massereicheren Weißen Zwerg. Im optischen Spektrum sieht man breite, asymmetrische Absorptionslinien von neutralem Helium aber keine Wasserstofflinien. AM-Canum-Venaticorum-Systeme sind auch photometrische Variable, doch treten keine stärkeren Ausbrüche auf, so dass ihre Helligkeit um maximal 1% variiert.

Eine andere interessante Gruppe von Systemen, die jeweils einen Weißen Zwerg als Komponente enthalten, sind die sogenannten superweichen Röntgenquellen. Hierbei handelt es sich um Doppelsternsysteme, die meist einen massereichen Weißen Zwerg von etwa 1 $M_\odot$ enthalten, der das von seinem Begleitstern (Hauptreihenstern oder Unterriese) überströmende Material stetig auf seiner Oberfläche verbrennt und dabei superweiche Röntgenstrahlung ($\nu \approx 7 \cdot 10^{15} - 1.5 \cdot 10^{16}$ Hz) emittiert. Auf Grund der großen Weißen-Zwerg-Masse und Akkretionsraten wird angenommen (Li & van den Heuvel, 1997),(Kato & Hachisu, 1999), dass in einigen dieser Systeme der Weiße Zwerg auf die kritische Masse von 1.4 $M_\odot$ wachsen und dann als Supernova Ia explodieren kann.

Supernovae vom Typ Ia sind in mehrfacher Hinsicht von zentraler Bedeutung für die Astrophysik. Sie sind die maßgeblichen Produzenten des Elementes Eisen im Universum, welches nicht nur die Metallizitätsskala für die chemische Entwicklung von Galaxien definiert, sondern auch das Ausgangselement für die Synthese aller schwereren Elemente bis hin zum Blei darstellt (Langer, 1995). Beobachtungen zeigen, dass Typ Ia Supernovae – im Gegensatz zu allen anderen Supernovatypen – hervorragende „Standardkerzen“ sind (Perlmutter et al., 1999), das heißt, dass man aus ihren Lichtkurven ihre absoluten Helligkeiten direkt ableiten kann. Auf Grund ihrer enormen Leuchtkraft liefern Typ Ia Supernovae damit die am tiefsten ins Universum reichende Methode zur Entfernungsbestimmung. So wurde aus Messungen der Fluchtgeschwindigkeit von Ia Supernovae beherbergenden Galaxien die Schlussfolgerung gezogen, dass sich die Expansion unseres Universums mit der Zeit beschleunigt, und nicht – wie bisher angenommen – verringert (Riess et al., 1998).

Für die Betrachtung der chemischen Entwicklung sowie zur Gewinnung kosmologischer Aussagen muss man jedoch Annahmen über die Häufigkeit von Ia Supernovae und über die Konstanz ihrer Eigenschaften (Maximalhelligkeit, Eisenproduktion, etc.) in Abhängigkeit vom Alter des Universums machen. Der Grund hierfür ist, dass bis heute unbekannt ist, welcher Typ von Vorläuferobjekt hauptsächlich für die Entstehung von Typ Ia Supernovae verantwortlich ist. Unbestritten ist, dass es sich um die thermonukleare Explosion eines C/O-Weißen Zwerges handelt. Zu solch einer thermonuklearen Explosion kommt es, wenn der Weiße Zwerg Materie von einem nahen Begleitstern akkretiert und somit die kritische Masse von 1.4 $M_\odot$ überschreitet. Weder Beobachtungen noch Modellrechnungen geben bisher Antwort auf die Frage, welcher Typ von Begleitstern – Hauptreihenstern, Roter Riese, Weißer Zwerg, etc. – Typ Ia Supernovae ermöglicht, beziehungsweise den Großteil der Ia Supernovae erzeugt. Für die Entwicklung der Vorläufersysteme bis zur Explosion existieren verschiedene Modellvorstellungen. Wenn die Bedingungen vor der Explosion des Weißen Zwerges bei der CHANDRASEKHAR-Masse von 1.4 $M_\odot$ stets gleich wären, würde man den gleichen Explosionsverlauf – den gleichen Betrag an freiwerdender Energie und damit auch die gleiche Maximalleuchtkraft erwarten. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. Außerdem gibt es auch Modelle, bei denen es unterhalb oder oberhalb der kritischen Masse zur Explosion kommen kann (im Folgenden beschrieben), so dass die freiwerdende Energie und damit auch die Maximalleuchtkraft kleiner bzw. größer als bei der Explosion eines 1.4 $M_{\odot}$ Weißen Zwerges ist. Wenn man die beobachteten Leuchtkräfte nun stets mit dem gleichen Entstehungsszenario erklären will, wird man die Entfernung im ersten Fall über- und im letzteren unterschätzen. Auch die Menge und Zusammensetzung der in der Explosion produzierten Elemente hängt von der Stärke der Explosion und der erreichten Maximalleuchtkraft ab. Daher ist es von großem Interesse, mehr über die Entwicklung der Vorläufersysteme in Erfahrung zu bringen.

Arten der Massenakkretion

Akkretierende Weiße Zwerge sind also in verschiedenen Systemen zu finden und die Kenntnis über sie ist wichtig für die Interpretation vieler kosmischer Ereignisse. Die Frage ist jedoch: Wie gelangt das Brennmaterial auf den Weißen Zwerg – welche „Akkretionsszenarien“ gibt es ?
Weiße Zwerge bestehen aus entartetem Gas. Akkretieren sie Masse vom Begleitstern (Wasserstoff, Helium oder ein Kohlenstoff-Sauerstoff-Gemisch), so entartet diese bei kleinen Akkretionsraten im Weißen Zwerg bald selbst. Bei hohen Dichten und nicht zu hohen Temperaturen hängt der Druck des entarteten Materials nicht mehr von der Temperatur ab, das heißt, bei Kompression steigt zwar der Druck, die Temperatur jedoch nicht. Bei kleinen Akkretionsraten, also langsamem Massenüberstrom, wird die Oberfläche des Weißen Zwerges durch den Materieeinfall nur wenig erhitzt. Es kann sich eine dicke Schicht akkretierten Materials auf dem Weißen Zwerg ansammeln, die auf Grund der niedrigen Temperatur und der großen Dichte entartet. Erst wenn sich so viel Masse angesammelt hat, dass auf dem Boden der akkretierten Schicht die Brenntemperatur erreicht wird, kommt es zu einer thermonuklearen Explosion (Flash) (Nomoto & Kondo, 1991),(Fujimoto & Sugimoto, 1982). Die Stärke des Flashs hängt vom Entartungsgrad der akkretierten Materie ab. Dieser wiederum ist von der Masse des Weißen Zwerges, der Art des akkretierten Materials und im Besonderen von der Akkretionsrate abhängig (Prialnik & Kovetz, 1995).
Bei hohen Akkretionsraten erreicht das Material die Brenntemperatur bei schwacher Entartung, denn durch den schnellen Materieeinfall heizt sich die Oberfläche des Weißen Zwerges auf. Die Zündtemperatur wird schon bei einer viel geringeren Schichtdicke erreicht als bei langsamer Akkretion. Es kommt zu keiner Explosion und das akkretierte Material wird im stetigen thermonuklearen Brennen umgewandelt, so dass die Masse des Weißen Zwerges anwach-

sen kann. Steigt sie bis zur CHANDRASEKHAR-Masse von 1.4 $M_\odot$, so werden Temperatur- und Dichtebedingungen erreicht, bei denen der Kohlenstoff im Zentrum explosiv zündet (zentraler Kohlenstoff-Flash). Die Gewalt der Explosion zerreißt den Weißen Zwerg vollständig in einem Supernova-Ereignis (Fujimoto & Taam, 1982). Es ist jedoch auch möglich, dass sich keine mit Überschallgeschwindigkeit laufende Detonationswelle ausbildet, sondern eine sogenannte Deflagrationswelle, die sich mit Unterschallgeschwindigkeit durch den Stern bewegt. Dann kommt es zu keiner Explosion, sondern zum Kollaps des Weißen Zwerges zu einem Neutronenstern - einem kleinen und dichten Stern, in dessen Innerem die Materie im Wesentlichen aus freien Neutronen besteht (Nomoto & Kondo, 1991).

Wie bereits erwähnt, ist bei kleinen Akkretionsraten das akkretierte Material beim Erreichen der Zündtemperatur so stark entartet, dass eine thermonukleare Explosion am Boden der Schalenquelle stattfindet. Bei Akkretion von wasserstoffreichem Material handelt es sich um eine Nova: Der Weiße Zwerg wird nicht zerstört, es wird lediglich ein Teil des akkretierten Materials wieder ausgeworfen. Ob der Weiße Zwerg unter diesen Bedingungen auf 1.4 $M_\odot$ anwachsen und als Supernova Ia explodieren kann, hängt vom Verhältnis der ausgeworfenen zur akkretierten Materie ab (Prialnik & Kovetz, 1995). Bei der Akkretion heliumreichen Materials kann der Weiße Zwerg hingegen bei bestimmten Bedingungen (z.B. SUB-CHANDRASEKHAR-Modell, im Folgenden beschrieben) in der Explosion vollständig zerrissen werden.

Bei Akkretionsraten oberhalb der Rate bei der das akkretierte Material stetig verbrennt, kommt es zum instabilen Massentransfer. Es bildet sich eine gemeinsame Hülle um den Weißen Zwerg und seinen Begleitstern. Die Energieproduktion in der Schalenquelle erhöht sich und die Leuchtkraft des Weißen Zwerges kann die EDDINGTON-Leuchtkraft übersteigen – die Grenze, bei der sich Strahlungsbeschleunigung und Gravitationsbeschleunigung das Gleichgewicht halten. Oberhalb der EDDINGTON-Leuchtkraft ist der von der Sternoberfläche weg gerichtete Strahlungsdruck auf die Teilchen größer als die Gravitationskraft und die Materie wird vom Stern weggetrieben. In solch einem Fall setzt – ausgehend vom Weißen Zwerg – ein starker Wind ein, der die Materie wegweht. Dadurch kann die Sternleuchtkraft wieder unter die EDDINGTON-Leuchtkraft fallen und der Massentransfer wird stabilisiert (Hashisu et al., 1996). Die Akkretionsrate entspricht dann in etwa wieder der Rate, mit der das akkretierte Material auf dem Stern stetig verbrannt werden kann. Es ist also auch bei Akkretion mit hohen Raten möglich, dass der Weiße Zwerg auf 1.4 $M_\odot$ anwachsen und als Supernova Ia explodieren kann.

Es existiert noch eine weitere Art von Instabilität in der Schalenquelle Weißer Zwerge. Wenn die brennende Schale im Weißen Zwerg hinreichend dünn wird, kann es zu sogenannten Thermischen Pulsen kommen - ein Phänomen, das von Asymptotischen-Riesenast-Sternen (AGB-Sternen) bekannt ist. AGB-Sterne bestehen aus einem entarteten C/O-Kern, in dem keine thermonuklearen Fusionen mehr stattfinden und der von einer helium- und einer wasserstoffbrennenden Schale umgeben ist. Im Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) bewegen sie sich auf dem Asymptotischen Riesenast entlang. Die Thermischen Pulse treten durch thermische Instabilitäten in den Schalenquellen der AGB-Sterne auf und wiederholen sich in zeitlichen Abständen von 10^4 bis 10^5 Jahren. Ganz analog verhält es sich bei den Weißen Zwergen mit einer Schalenquelle: Wird die Heliumschale auf dem Weißen Zwerg durch das fortwährende Schalenbrennen geometrisch dünn genug, kommt es zu der thermischen Instabilität in der Schalenquelle – das Helium zündet explosiv und ein Thermischer Puls entsteht.

In den bisher beschriebenen Modellen explodiert der Weiße Zwerg bei Erreichen der Chandrasekhar-Masse. Es gibt jedoch auch Modellvorstellungen, in denen der Weiße Zwerg unterhalb oder oberhalb dieser kritischen Masse explodieren kann.

Beim Sub-Chandrasekhar-Modell akkretiert der Weiße Zwerg ebenfalls wasserstoff- oder heliumreiches Material vom Begleitstern. Es bildet sich eine entartete Heliumschicht um den Weißen Zwerg. Ist diese Schicht zum Zeitpunkt der Explosion hinreichend groß – man kann sich vorstellen, dass die Bedingungen auf der Oberfläche des Weißen Zwerges derart waren, dass zwar der Wasserstoff stetig verbrannt, dass Helium aber nur angesammelt wurde ohne zu verbrennen, so kann es zu einer sogenannten Doppel-Detonation kommen. Eine nach außen laufende Schockwelle verbrennt in der Hülle explosiv das Helium und eine nach innen laufende Schockwelle zündet im Zentrum des Weißen Zwerges den Kohlenstoff. In diesem Fall kann ein Weißer Zwerg auch als Supernova Ia explodieren, wenn seine Masse kleiner als 1.4 $M_\odot$ ist (Woosley & Weaver, 1994).

Beim Super-Chandrasekhar-Modell geht man davon aus, dass sich zwei Weiße Zwerge (deren Gesamtmasse oberhalb von 1.4 $M_\odot$ liegt) in einem engen Doppelsternsystem unter Abstrahlung von Gravitationswellen aufeinander zubewegen und miteinander verschmelzen. Auf Grund der Masse-Radius-Beziehung für Weiße Zwerge ($R \propto M^{-1/3}$) (Kippenhahn & Weigert, 1990) füllt der masseärmere Weiße Zwerg zuerst sein Roche-Volumen und es setzt ein Massentransfer auf den massereicheren Weißen Zwerg ein. Bei Erreichen der Chandrasekhar-Masse kann dieser als Supernova explodieren (Fisher & Branch, 1999).

Ist die Masse des Weißen Zwerges größer als 1.1 $M_\odot$ und die Akkretionsrate kleiner als $10^9 M_\odot yr^{-1}$ so kann es zum sogenannten Akkretions-Induzierten-Kollaps des Weißen Zwerges kommen (Nomoto & Kondo, 1991). Auf Grund von Elektroneneinfängen im Weißen Zwerg kann die Chandrasekhar-Masse reduziert werden und der Weiße Zwerg kann zum Neutronenstern kollabieren. Dieser Kollaps des Weißen Zwerges zum Neutronenstern ist bei allen oben genannten Modellen mit Ausnahme des Sub-Chandrasekhar-Modells möglich.

Die vorliegende Arbeit untersucht die Entwicklung heliumakkretierender C/O-Weißer Zwerge. Es wird dabei insbesondere der Parameterbereich untersucht, in dem die Weißen Zwerge die akkretierte Materie stetig umwandeln und so ihre Masse vergrößern. Inhalt des Kapitels 2 sind die physikalischen Grundlagen des Sternentwicklungsprogramms und der dazu notwendigen Physik Weißer Zwerge. Im dritten Kapitel werden Entwicklungssequenzen der Weißen Zwerge vorgestellt, die dann Ausgangsmodelle für die Massenakkretion in Kapitel 4 liefern. Kapitel 5 gibt einen Überblick über die erzielten Ergebnisse und einen Ausblick auf noch zu behandelnde Aspekte in diesem Themengebiet.

Kapitel 2

Grundlagen und Methode

2.1 Physik der Weißen Zwerge

Zustandsgleichungen bei Entartung

Der Kern Weißer Zwerge besteht aus entartetem Elektronengas. Der Druck wird durch die entarteten Elektronen erzeugt, währenddessen die nichtentarteten Ionen die Masse des Sterns bestimmen. Bei einem vollständig entarteten Elektronengas sind alle nach den Gesetzen der Quantenphysik möglichen Energiezustände bis zu einer oberen Grenzenergie vollständig mit Elektronen besetzt.
Im Fall vollständiger nicht-relativistischer Entartung gilt für die Elektronen die Zustandsgleichung

$$P_\mathrm{e} = \frac{1}{20}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m_\mathrm{e} m_\mathrm{u}^{5/3}} \left(\frac{\rho}{\mu_\mathrm{e}}\right)^{5/3} \qquad . \tag{2.1}$$

Dabei ist m_e die Elektronenmasse, h das PLANCKsche Wirkungsquantum, m_u die atomare Masseneinheit und $\mu_\mathrm{e} = A/Z$ (Massenzahl A, Kernladungszahl Z) das Molekulargewicht pro freiem Elektron (Kippenhahn & Weigert, 1990). Der Druck ist nicht mehr von der Temperatur abhängig, wie es beim idealen Gas der Fall ist. Vollständige Entartung setzt im Prinzip den Grenzfall verschwindend kleiner Temperatur voraus ($T \rightarrow 0\,K$). Bei den in Weißen Zwergen herrschenden hohen Dichten ist dieser Grenzfall schon bei Temperaturen von 10^6 K in guter Näherung erreicht (Zimmermann & Weigert, 1999).
Mit Hilfe des Polytropenmodells (z.B. Emden 1907) kann man eine Masse-Radius-Beziehung für Weiße Zwerge ableiten (Kippenhahn & Weigert, 1990). Ein Polytropenmodell ist ein vereinfachtes Sternmodell, in dem es eine Beziehung zwischen Druck und Dichte $P = K\,\rho^{1+\frac{1}{n}}$ gibt, wobei K die Polytropenkonstante und n der Polytropenindex ist. Aus Gleichung (2.1) erhält man für ein nicht-relativistisch entartetes Gas den Polytropenindex $n = \frac{3}{2}$. Setzt

man diesen in die allgemeine Form der Masse-Radius-Beziehung für polytrope Modelle

$$R \sim M^{\frac{1-n}{3-n}} \tag{2.2}$$

(Kippenhahn & Weigert, 1990) ein, so erhält man eine Masse-Radius-Beziehung für Weiße Zwerge

$$R \sim M^{-\frac{1}{3}} \quad . \tag{2.3}$$

Mit steigender Masse sinkt der Radius eines Weißen Zwerges und er wird kompakter.
Bei Weißen Zwergen mit besonders hohen Dichten kann die Geschwindigkeit der Elektronen in die Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit c kommen und das Elektronengas geht in den Zustand relativistischer Entartung über. Die Zustandsgleichung für ein relativistisch entartetes Gas lautet

$$P_{\mathrm{e}} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{h\,c}{8\,m_{\mathrm{u}}^{4/3}} \left(\frac{\rho}{\mu_{\mathrm{e}}}\right)^{4/3} \quad . \tag{2.4}$$

Man sieht, dass die Abhängigkeit des Drucks von der Dichte kleiner ist als bei der nicht-relativistischen Entartung. In diesem Fall gilt die Masse-Radius-Beziehung aus Gleichung (2.1) nicht mehr. Man findet einen singulären Zusammenhang zwischen Masse und Radius des Weißen Zwerges (Kippenhahn & Weigert, 1990). Das entartete Elektronengas kann nur bis zu einer oberen Grenzmasse – der Chandrasekhar-Grenzmasse M_{Ch} – das hydrostatische Gleichgewicht im Stern gewährleisten. Oberhalb der Chandrasekhar-Grenzmasse ist kein hydrostatisches Gleichgewicht für Weiße Zwerge mehr möglich, so dass sie kollabieren müssen. Für die Chandrasekhar-Masse gilt

$$M_{\mathrm{Ch}} = \frac{5.836}{\mu_e^2} \tag{2.5}$$

und für C/O-Weiße Zwerge mit $\mu_{\mathrm{e}} = 2$ ist $M_{\mathrm{Ch}} \approx 1.4 M_{\odot}$.
Es ist zu beachten, dass im Inneren der Sterne der zur Aufrechterhaltung des hydrostatischen Gleichgewichts notwendige Druck mit steigendem Zentrumsabstand sinkt. Bei einem Weißen Zwerg nimmt daher die Dichte des Elektronengases und damit auch sein Entartungsgrad zum Sternrand hin ab, so dass in den obersten Schichten des Weißen Zwerges die Entartung aufgehoben ist (Zimmermann & Weigert, 1999).

Kühlung und Energieverlust durch Neutrinos

Weiße Zwerge haben keine nukleare Energiequelle mehr, so dass ihre Leuchtkraft nur noch durch die bei der Kontraktion freiwerdende Gravitationsenergie und die noch vorhandene thermische Energie gedeckt werden kann. Durch den Energieverlust sinken Leuchtkraft und Temperatur des Weißen Zwerges – er wird kühler. Betrachtet man das Kühlverhalten Weißer Zwerge, so kann man feststellen, dass es eine Beziehung zwischen Leuchtkraft L und dem Alter t_{cool} des Weißen Zwerges gibt (Kippenhahn & Weigert, 1990)

$$t_{\mathrm{cool}} \propto L^{-5/7} \quad . \tag{2.6}$$

Bis zu einer Leuchtkraft von $\log L/L_\odot \geq -1.5$ ist der Energieverlust durch Neutrinos dominant, für kleinere Leuchtkräfte der Energieverlust durch Photonen. Die Neutrinoemissionen sind stark temperaturabhängig – je höher die Temperatur, desto größer ist der Energieverlust durch Neutrinos.

Coulomb-Wechselwirkung

Auf Grund der hohen Dichten und geringen Temperaturen im Inneren eines Weißen Zwerges kann die elektrostatische Wechselwirkung der Ionen und Elektronen nicht länger vernachlässigt werden. Wenn die thermische Energie der Ionen $3\,k\,T/2$ vergleichbar mit der COULOMB-Energie pro Ion $(Z\,e)^2/r_{\mathrm{ion}}$ wird, beginnt die Materie im Weißen Zwerg zu kristallisieren, d.h. die Ionen nehmen einen energieärmeren Zustand ein und ordnen sich in einem Kristallgitter an. Der Parameter Γ beschreibt das Verhältnis zwischen elektrostatischer Wechselwirkung und Innerer Energie

$$\Gamma = \frac{(Z\,e)^2}{r_{\mathrm{ion}}\,k\,T} \tag{2.7}$$

und wird als Kopplungsparameter bezeichnet. Dabei ist Z die Kernladungszahl, k die BOLTZMANN-Konstante und r_{ion} der mittlere Abstand zwischen zwei Ionen. Er ist ein Maß für die Stärke der COULOMB-Wechselwirkung zwischen den Ionen. Durch diese Wechselwirkung wird der Druck im Inneren des Weißen Zwerges reduziert. Ist $\Gamma \ll 1$, so sind die Ionen BOLTZMANN-verteilt und die elektrostatische Energie spielt eine untergeordnete Rolle. Dagegen bedeutet ein $\Gamma \gg 1$, dass die kinetische Energie der Ionen sehr gering ist und sie überwiegend in einem Kristallgitter angeordnet sind. In der Umgebung des kritischen Wertes Γ_{krit} findet der fließende Übergang von der flüssigen in die kristalline Phase statt.
Wenn sich die Ionen dem kristallinen Zustand nähern, wird der Druck durch die COULOMB-Wechselwirkung auf Grund der eingeschränkten Bewegungsmöglichkeiten der Ionen immer geringer. Dafür steigt der Einfluss der Vibrationsenergien der Ionen auf Gesamtdruck und Innere Energie. Das Verhältnis

zwischen der Energie des Ionengitters und der thermischen Energie wird mit θ bezeichnet (Blöcker, 1993). Es gilt

$$\theta = \frac{\hbar\,\omega_{\rm p}}{k\,T} \quad , \tag{2.8}$$

wobei $\omega_{\rm p}$ die Plasmafrequenz der Ionen ist. Der Druck durch die Gitterschwingungen der Ionen wird erst für sehr große Werte von Γ relevant, die jedoch in Weißen Zwergen durchaus auftreten können.

2.2 Das Sternentwicklungsprogramm

Das verwendete Sternentwicklungsprogramm geht auf Ober et al. (1983) zurück. Es handelt sich um einen hydrodynamischen Lagrange-Code zur Berechnung sphärisch symmetrischer Sternmodelle. Die Entwicklung zweier Komponenten eines Doppelsternsystems kann simultan berechnet werden. Die vier Sternaufbaugleichungen – Kontinuitätsgleichung, Impulserhaltung (mit Definition der Geschwindigkeit), Energieerhaltung und Energietransport – (Kippenhahn & Weigert, 1990) werden mit einem Newton-Raphson-Verfahren gelöst (Henyey-Methode). Dabei werden Dichte ρ, Temperatur T, Radius r, Leuchtkraft $L_{\rm r}$ und Geschwindigkeit v iterativ auf den Gitterpunkten $q_{\rm r} = \frac{m_{\rm r}}{M}$ zu aufeinanderfolgenden Zeitpunkten berechnet. Die Gitterpunkte sind die relativen Massenkoordinaten, $m_{\rm r}$ ist die vom Sternzentrum ($r = 0$) bis zum Radius r ($r < R_*$) integrierte Masse, R_* ist der Sternradius und M die Gesamtmasse des Sternmodells. Die Gitterpunktsverteilung ist variabel, so dass Massenschalen ein- und ausgefügt werden können.
Für die Berechnung der Nukleosynthese und der thermonuklearen Energieerzeugung wurde ein Kernreaktionsnetzwerk verwendet, welches 63 Reaktionen berücksichtigt (Wellstein et al., 2000).

2.2.1 Erweiterungen im Sternentwicklungsprogramm

Energieverlust durch Neutrinos

Neutrinos sind Elementarteilchen ohne elektrische Ladung, die nur einer sehr geringen Wechselwirkung mit Materie unterliegen. Es gibt drei Neutrinofamilien: Elektronenneutrinos, Müonenneutrinos und Tauonenneutrinos (Zimmermann & Weigert, 1999). Elektronenneutrinos treten immer in Verbindung mit Elektronen bzw. Positronen auf und können im Inneren von Sternen entstehen. Da sie den Stern fast wechselwirkungsfrei verlassen, geht ihre Energie dem Stern praktisch sofort „verloren“ – man spricht von Neutrino-Energieverlust. In heißen Weißen Zwergen ist der Energieverlust durch Elektronenneutrinoemissionen von großer Bedeutung. In Gebieten schwacher Entartung dominieren die Photoneutrinos, die bei der Streuung eines Photons an einem Elektron $e^- + \gamma \longrightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ entstehen. Mit steigender Entartung werden die Plasmaneutrinos, die beim spontanen Zerfall eines Plasmons in ein Neutrino-Antineutrino-Paar: Plasmon $\longrightarrow \nu + \bar{\nu}$ entstehen, immer wichtiger. Paarneutrinos entstehen beim direkten Übergang eines Elektron-Positron-Paares in ein Neutrino-Antineutrino-Paar $2\,\gamma \longleftrightarrow e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$, werden aber erst bei Temperaturen $T > 10^9$ K wichtig. Bei der inelastischen COULOMB-Streuung von Elektronen an Atomkernen entstehen Bremsstrahlungsneutrinos $e^- + (Z,A) \longrightarrow e^- + (Z,A) + \nu + \bar{\nu}$. Je höher die Kernladungszahl Z der Atomkerne ist, desto größer ist ihre COULOMB-Kraft und desto dominanter ist der Energieverlust durch die Bremsstrahlungsneutrinos.

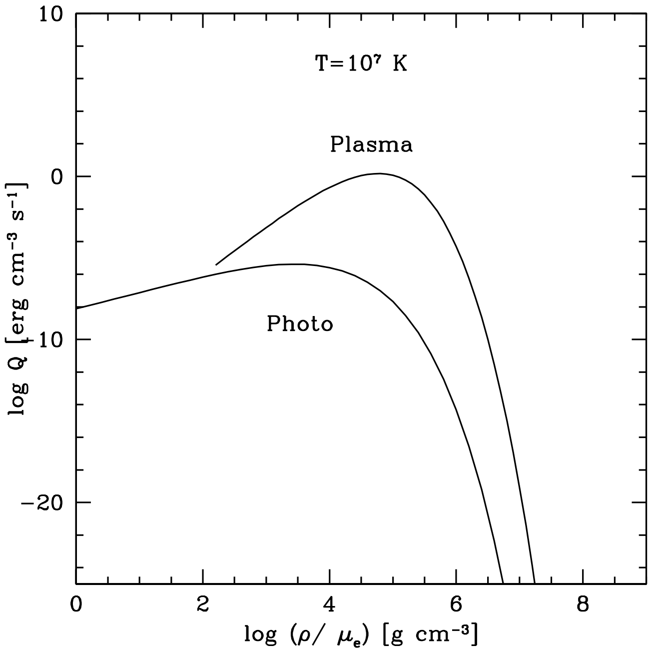

Abbildung 2.1: Neutrino-Energieverlustrate Q durch Plasma- und Photoneutrinos für $T = 10^7$ K. Das Bild entstand unter Verwendung der Tabellen aus Itoh et al. (1996).

Zur Berechnung des Energieverlustes durch Neutrinoemissionen wurden die von Itoh et al. (1996) veröffentlichten Fortran-Unterprogramme in unser Sternentwicklungsprogramm implementiert.
Welche Art der Neutrinoemission dominiert, hängt von den Temperatur- und Dichtebedingungen im Weißen Zwerg ab. In Abbildung 2.1 ist die Energie-

verlustrate Q über dem Quotienten aus Dichte ρ und Molekulargewicht pro Elektron $\mu_\mathrm{e} = A/Z$ (Massenzahl A, Kernladungszahl Z) für eine Temperatur von $T = 10^7$ K aufgetragen. Bei dieser Temperatur dominieren die Plasmaneutrinos im relevanten Dichtebereich. Neutrinos können das Innere des Weißen Zwerges praktisch wechselwirkungsfrei verlassen, so dass das Sterninnere durch den Energieverlust abkühlt. Ist die Temperatur zu klein geworden, enden der Neutrino-Energieverlust. In Abbildung 2.2 ist die Leuchtkraft eines Weißen Zwerges von $0.6\,M_\odot$ über der Radiuskoordinate aufgetragen. Bei einer Temperatur von etwa 10^8 K und einer Dichte von 10^5 g/cm^3 setzt der Energieverlust durch Plasmaneutrinos ein. Dieser Bereich des Sterns kühlt stark aus. Die Leuchtkraft sinkt lokal beim Radius von $\log r \approx 8.7$ cm.

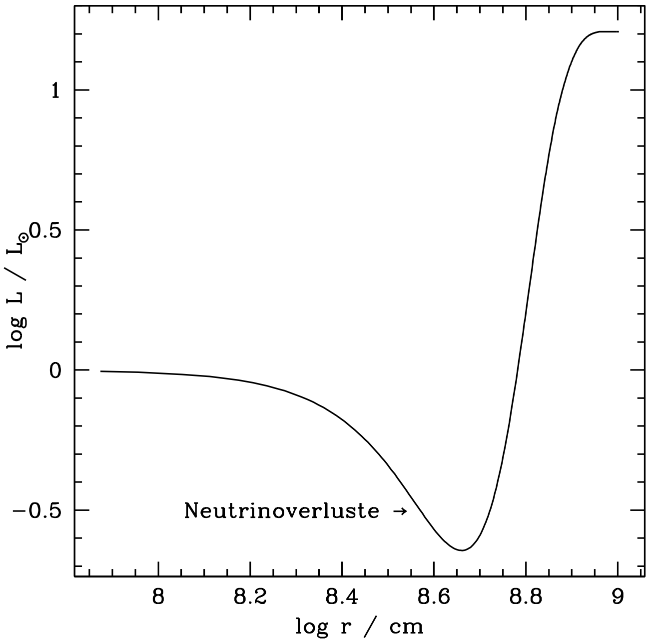

Abbildung 2.2: Leuchtkraft über Radiuskoordinate für einen Weißen Zwerg von $0.6\,M_\odot$. Das Modell hat eine Leuchtkraft von $\mathrm{L/L_\odot} = 0.082$, eine Effektivtemperatur von $\mathrm{T_{eff}} \approx 50\,000$ K und eine Heliumhülle von $1.87{\cdot}10^{-3}\ \mathrm{M_\odot}$. Die Zentraldichte ρ_c beträgt $3.2{\cdot}10^6$ g cm^{-3} und die Zentraltemperatur $\mathrm{T_c} = 6.78{\cdot}10^7$ K.

Der Neutrino-Energieverlust bestimmt die Entwicklung Weißer Zwerge bis zu einer Leuchtkraft von $\log L/L_\odot \geq -1.5$, danach dominiert der Energieverlust durch Photonen. Aus Tabelle 2.1 entnimmt man den Einfluss der Neutrinoemissionen auf die Leuchtkraft für einen Weißen Zwerg von 0.6 $\mathrm{M_\odot}$ in verschiedenen Entwicklungsphasen des Sterns. Die vollständige Entwicklungs-

log $L_*/L_\odot$	$L_*/L_\odot$	$L_{nuc}/L_\odot$	$L_{grav}/L_\odot$	$L_\nu/L_\odot$
1	2	3	4	5
2.995	986	886	159	-59
1.907	81	18	129	-66
-0.534	0.292	0	0.779	-0.487
-1.731	$1.86 \cdot 10^{-2}$	0	$1.90 \cdot 10^{-2}$	$-4.5 \cdot 10^{-3}$
-2.434	$3.68 \cdot 10^{-3}$	0	$3.68 \cdot 10^{-3}$	$-1.2 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 2.1: Einfluss der Neutrinoemissionen auf die Leuchtkraft für einen Weißen Zwerg von 0.6 $M_\odot$ in verschiedenen Entwicklungsphasen des Sterns. Spalte 1: Gesamtleuchtkraft des Sterns (logarithmisch), Spalte 2: Gesamtleuchtkraft des Sterns, Spalte 3: nukleare Leuchtkraft durch das Helium-Schalenbrennen, Spalte 4: Gravitative Leuchtkraft durch die Kontraktion des Sterns, Spalte 5: Leuchtkraft durch Neutrino-Energieverlust.

sequenz wird in Kapitel 3 beschrieben. Die Gesamtleuchtkraft L_* des Sterns ist die Summe aus der nuklearen Leuchtkraft L_{nuc}, die durch die im Helium-Schalenbrennen produzierte Energie gespeist wird, der gravitativen Leuchtkraft L_{grav}, die bei der Kontraktion des Sterns frei wird und der Leuchtkraft L_ν, die auf Grund des Energieverlustes durch Neutrino-Emissionen die Gesamtleuchtkraft des Sterns reduziert (negatives Vorzeichen). Die nukleare Leuchtkraft $L_{nuc} = \int_0^{M_*} \varepsilon_{nuc}\, dm$ ist das Integral der Energieerzeugungsrate ε_{nuc} (Gleichung 4.8) des Helium-Brennens über alle Massenschalen dm des Sterns. Die gravitative Leuchtkraft berechnet sich analog nach $L_{grav} = \int_0^{M_*} \varepsilon_{grav}\, dm$, wobei $\varepsilon_{grav} = -\frac{\delta u}{\delta t} + \frac{P}{\rho^2}\frac{\delta \rho}{\delta t}$ die Rate der pro Masseneinheit und Sekunde freiwerdenden Gravitationsenergie, u die Innere Energie, P der Druck und ρ die Dichte sind. Die Neutrinoleuchtkraft $L_\nu = \int_0^{M_*} \varepsilon_\nu\, dm$ ist das Integral über die Rate ε_ν, die angibt, wieviel Energie pro Sekunde und Masseneinheit durch Neutrinos emittiert wird. Bei einer Sternleuchtkraft von log $L_*/L_\odot = 2.995$ ist die Helium-Schalenquelle im Stern noch aktiv und produziert fast 90% der abgestrahlten Energie. Der Energieverlust durch die Neutrinos beträgt etwa 6% der Gesamtleuchtkraft. Im weiteren Verlauf der Entwicklung erlöschen die nuklearen Prozesse in der Helium-Schalenquelle und die Energie aus der Kontraktion des Sterns wird die Hauptquelle für die Gesamtleuchtkraft. Bei einer Sternleuchtkraft von log $L_*/L_\odot = 1.907$ wird die durch Kontraktion und Schalenbrennen produzierte Energie um fast 50% durch den Neutrino-Energieverlust reduziert. Bei einer Sternleuchtkraft von log $L_*/L_\odot = -0.534$ ist die Helium-Schalenquelle vollständig erloschen und die gravitative Energie ist die einzige Energiequelle des Weißen Zwerges. Die gravitative Leuchtkraft wird aber um mehr als 62% durch den Energieverlust durch die Neutrino-Emissionen reduziert. Bei noch kleineren Gesamtleuchtkräften wird der Neutrino-Energieverlust unwichtig.

Die akkretierenden Weißen Zwerge, die in Kapitel 4 betrachtet werden, haben eine aktive Helium-Schalenquelle. In den Phasen des stetigen Helium-Schalenbrennens macht die nukleare Leuchtkraft mit über 90% den größten Anteil an der Gesamtleuchtkraft aus. Der Einfluss durch Neutrino-Emissionen beträgt zwischen 6 und 7%. In den Thermischen Pulsen hingegen, in denen die Hülle des Sterns expandiert und wieder kontrahiert, ist die gravitative Leuchtkraft mit bis zu 80% dominant. Der Einfluss der Neutrinoleuchtkraft ist verschwindend gering.

Opazitäten

Die Opazität κ ist ein Maß für die Strahlungsundurchlässigkeit der Sternmaterie und bestimmt damit wesentliche Eigenschaften des Sterns, so z.B. welche Art von Energietransport am effektivsten ist. Sie ist eine Funktion von Temperatur T, Dichte ρ und chemischer Zusammensetzung der Materie. Im Sternentwicklungsprogramm wurden die OPAL-Opazitätstabellen von Iglesias & Rogers (1996) verwendet und eine Erweiterung von Herwig (1998) übernommen. Der Gültigkeitsbereich der OPAL-Tabellen geht von $3.75 \leq \log T \leq 8.7$

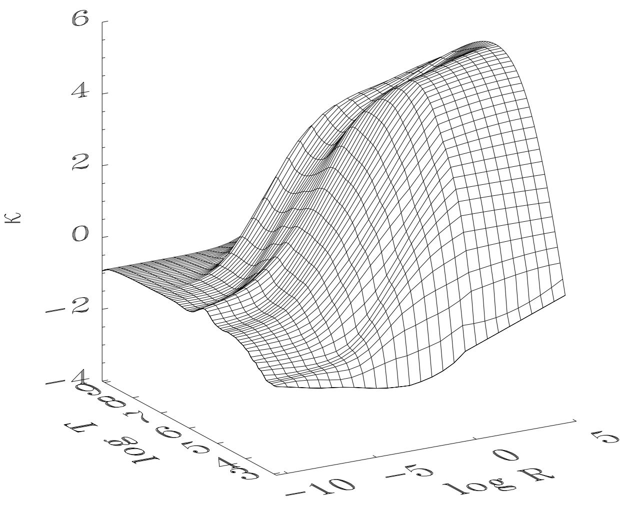

Abbildung 2.3: Radiative Opazität $\kappa_{\rm rad}$ in cm^2/g aus den erweiterten OPAL-Tabellen von Herwig (1998) als Funktion von R in $\mathrm{g/cm}^3/\mathrm{K}^3$ und T in K

und $-8 \leq \log R \leq 1$, wobei $R = \frac{\rho}{T_6^3}$, T in 10^6 K, ist und wurde von HERWIG bis $\log R = 5$ erweitert. In entarteten Gebieten hoher Dichte ($\log \rho \approx 6$ g cm^{-3} und $\log T \approx 8.2$ K) ist die konduktive Opazität – die Opazität durch die Wärmeleitung der Elektronen – etwas 10 Mal so groß wie die radiative Opazität (Herwig, 1999). Diese Dichte- und Temperaturwerte entsprechen $\log R \approx -0.6$. Um einen glatten Verlauf der Opazität κ, $1/\kappa = 1/\kappa_{\mathrm{cond}} + 1/\kappa_{\mathrm{rad}}$ (Kippenhahn & Weigert, 1990) zu gewährleisten, wurde formal eine Extrapolation der radiativen Opazität κ_{rad} für $R \geq 1$ verwendet, welche in diesem Bereich einen vernachlässigbaren Einfluss auf κ hat, da die konduktive Opazität dominant ist. Abbildung 2.3 zeigt die radiative Opazität aus den erweiterten OPAL-Tabellen als Funktion von T und R für ein Kohlenstoff-Sauerstoff-Gemisch ($X_{\mathrm{C}} = 0.4$, $X_{\mathrm{O}} = 0.58$, $Z = 0.02$), wie es in Kernen von Weißen Zwergen auftreten kann. Die sehr große Opazität bei hohen Temperaturen und Dichten ($\log R \geq 1$) ist von HERWIG extrapoliert worden.

Coulomb-Wechselwirkung

Die Bedeutung der COULOMB-Wechselwirkung für Weiße-Zwerg-Modelle ist in Kapitel 2.1 begründet worden. Zur Berechnung des Kopplungsparameters Γ für Materie, die aus mehreren chemischen Elementen besteht (z.B. für das Kohlenstoff-Sauerstoff-Gemisch in Weißen Zwergen), wurde die Formel

$$\Gamma = 2.26 \cdot 10^5 \cdot \frac{\rho^{1/3}}{T} \langle Z^{5/3} \rangle \left(\sum_i \frac{Z_{\mathrm{i}} X_{\mathrm{i}}}{A_{\mathrm{i}}} \right)^{1/3} \tag{2.9}$$

mit

$$\langle Z^{5/3} \rangle = \frac{\sum_i \frac{X_{\mathrm{i}} Z_{\mathrm{i}}^{5/3}}{A_{\mathrm{i}}}}{\sum_i \frac{X_{\mathrm{i}}}{A_{\mathrm{i}}}} \tag{2.10}$$

von Stolzmann & Blöcker (1999a) verwendet. Z_{i} ist die Kernladungszahl, A_{i} die Massenzahl und X_{i} die relative Massenhäufigkeit der jeweiligen Spezies i. In Kapitel 2.1 wurde festgestellt, dass durch den Einfluss der COULOMB-Wechselwirkung der Gesamtdruck reduziert wird. Die Näherungsformeln zur Berechnung des Drucks $P_{\mathrm{c}}^{\mathrm{k}}$ durch die COULOMB-Wechselwirkung zwischen den Ionen (COULOMB-DRUCK) wurden aus der Promotionsarbeit von Blöcker (1993) übernommen. Die Übergänge zwischen den verschiedenen Zuständen des Ionengases (gasförmig-fest, fest-flüssig u.s.w.) sind kontinuierlich. In den Näherungsformeln wird der Übergang zwischen den Zuständen jedoch bei einem bestimmten Kopplungsparameter festgelegt. Der Übergang zwischen den Näherungsformeln für die flüssige und die kristalline Phase findet bei Blöcker

(1993) bei einem Kopplungsparameter von $\Gamma_{\rm c} = 178$ statt. Da es bei den Berechnungen an diesem Übergang Konvergenzprobleme gab, wurde ein gleitender Übergang zwischen den beiden Näherungsformeln für die flüssige und kristalline Phase im Bereich $168 \leq \Gamma \leq 192$ programmiert.
Bei großen Kopplungsparametern werden die Vibrationsenergien der Ionen relevant (2.1) und damit auch der Druck auf Grund dieser Vibrationen. Das Verhältnis θ zwischen der Energie des Ionengitters und der thermischen Energie der Ionen kann mit Hilfe der Formel

$$\theta = 7.79 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\sum_i \frac{Z_i^2 X_i}{A_i^2}} \cdot \frac{\rho^{1/2}}{T} \tag{2.11}$$

auch für Materie, die aus mehreren chemischen Elementen besteht, berechnet werden. Für $\theta \ll 1$ wird der Druck durch die Vibrationsenergie der Ionen $P_{\rm c}^{\rm q}$

$$P_{\rm c}^{\rm q} = \frac{1}{24}\,\theta^2 \cdot \Re\,\rho T/\mu_0 \tag{2.12}$$

nach (Shaviv & Kovetz, 1972) berechnet, wobei die Normierung des Drucks auf den idealen Gasdruck der Ionen $\Re\,\rho T/\mu_0$ erfolgt. $\Re$ ist die Gaskonstante und μ_0 das mittlere Molekulargewicht der Ionen.
Diese Näherung kann auch in Bereichen mit $\theta > 1$ genutzt werden (Blöcker, 1999). Im kristallinen Bereich für $\Gamma > 178$ und $\theta > 3$ gilt sie jedoch nicht mehr. Hier wurde die Näherung von Chabrier

$$\begin{aligned} \frac{P_{\rm c}^{\rm q}}{\Re\,\rho T/\mu_0} &= \left(1 + 0.43\,\alpha\,\theta + \frac{5}{\pi^4}\,(\alpha\,\theta)^3\right)^{-1} \\ &\quad + \frac{1}{2}\,\frac{\gamma\,\theta\,\exp(-\gamma\,\theta)}{1-\exp(-\gamma\,\theta)} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\,\beta\,\theta \qquad , \end{aligned} \tag{2.13}$$

mit $\alpha = 0.399$, $\beta = 0.767$ und $\gamma = 0.899$ benutzt (Stolzmann & Blöcker, 1999b).
Diese beiden zusätzlichen Druckterme (Coulomb-Druck und Druck durch die Vibrationsenergie der Ionen) gehen auch in die Berechnung der Inneren Energie ein. Daher erhöht sich die gesamte Innere Energie U um den Betrag $U_{\rm c}$

$$\frac{U_{\rm c}}{\Re T/\mu_0} = 3\,\frac{P_{\rm c}^{\rm k}}{\Re\rho T/\mu_0} + 2\,\frac{P_{\rm c}^{\rm q}}{\Re\rho T/\mu_0} \tag{2.14}$$

(Stolzmann & Blöcker, 1999b). Durch die Coulomb-Wechselwirkung wird der Gesamtdruck reduziert, d.h. das Vorzeichen von $P_{\rm c}^{\rm k}$ ist negativ; betragsmäßig ist $P_{\rm c}^{\rm k}$ aber größer als der Druck durch die Vibrationsenergie der Ionen $P_{\rm c}^{\rm q}$.

Diese Formeln wurden in einem FORTRAN-Code als Unterprogramm in das Sternentwicklungsprogramm implementiert. Um zu überprüfen, ob das Unterprogramm fehlerfrei ist, wurden Testrechnungen durchgeführt und der errechnete Gesamtdruck P_{Code1} – einschließlich des COULOMB-Drucks und des Drucks durch die Vibrationsenergie der Ionen – mit dem in einem anderen Sternentwicklungsprogramm Herwig (1999) für das gleiche Sternmodell berechneten Gesamtdruck P_{Code2} verglichen. Die Behandlung des COULOMB-Drucks erfolgte bei Herwig (1999) ebenfalls nach Blöcker (1993).
In Abbildung 2.4 ist der Quotient der beiden Gesamtdrücke $P_{\mathrm{Code1}}/P_{\mathrm{Code2}}$ über der Dichte für das Testmodell eines C/O-Weißen Zwerges von $0.6\,M_{\odot}$ mit einer Helium-Hülle aufgetragen. Zusätzlich sind die Häufigkeitsprofile von Helium, Kohlenstoff und Sauerstoff schematisch mit eingezeichnet. Die Skala für Helium geht von 0 bis 1 und die von Kohlenstoff und Sauerstoff von 0 bis 0.6. Der C/O-Kern besteht zu 57% aus Sauerstoff und zu 41% aus Kohlenstoff. Die Heliumhäufigkeit in der Hülle liegt über 98%. Das Modell hat eine Leuchtkraft von $\log \mathrm{L}/\mathrm{L}_{\odot}$ = -2.84 und eine Effektivtemperatur von $\mathrm{T}_{\mathrm{eff}} = 10\,200$ K. Die Abweichung der beiden Drücke liegt in der Größenordnung von 1%. Dies wird durch Unterschiede in den Näherungsformeln zur Berechnung der Zustandsgleichung in beiden Programmen hervorgerufen. Im Bereich des C/O-Kerns sind die Abweichung der beiden Drücke größer als in der Helium-Hülle. Dies ist durch die Verwendung zweier unterschiedlicher Näherungsformeln für die Berechnung der Zustandsgleichung bei Entartung zu erklären. Die Abweichung von bis zu 1% zwischen den beiden Gesamtdrücken aus den zwei unterschiedlichen Sternentwicklungsprogrammen ist allein durch die unterschiedlichen Näherungsformeln zur Berechnung des Drucks ohne Einbeziehung des COULOMB-Drucks und des Drucks durch die Vibrationsenergie der Ionen zu erklären. Die Berechnung von COULOMB-Druck und Druck durch die Vibrationsenergie der Ionen liefert also in beiden Sternentwicklungsprogrammen die gleichen Ergebnisse. – Das Unterprogramm zur Berechnung dieser beiden zusätzlichen Druckterme wurde daher richtig in unser Sternentwicklungsprogramm implementiert.

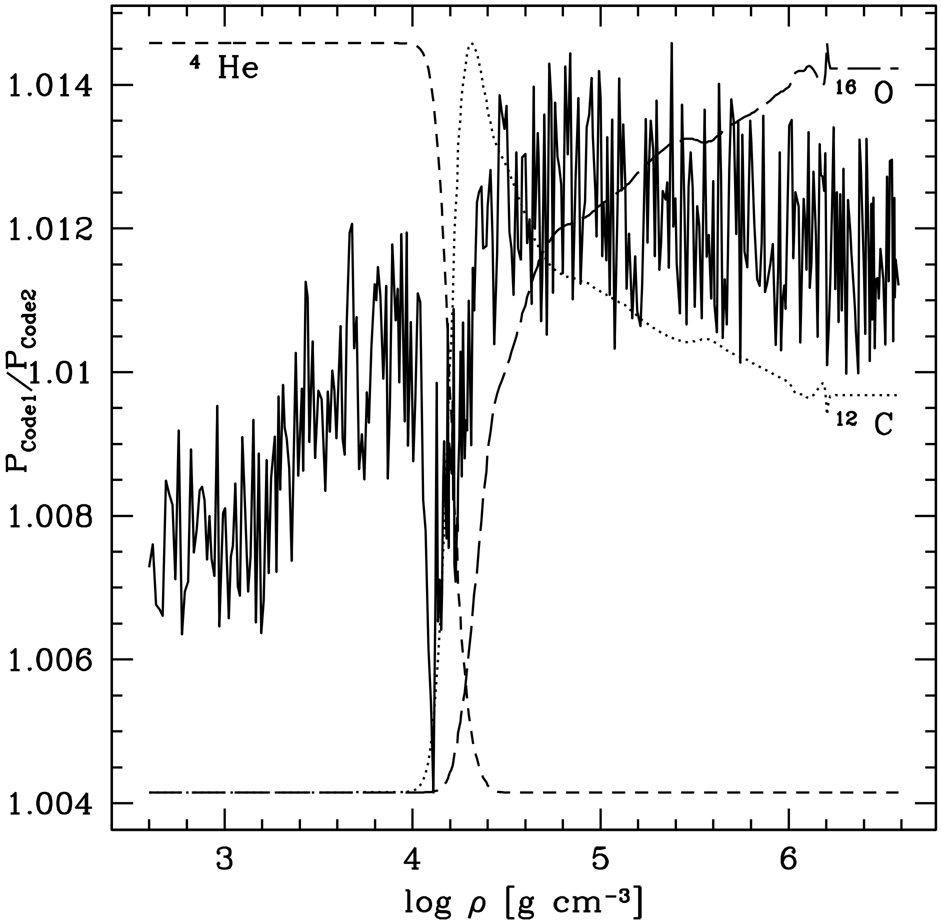

Abbildung 2.4: Test: Verhältnis der Größe der Gesamtdrücke aus zwei verschiedenen Sternentwicklungsprogrammen in Abhängigkeit von der Dichte. P_{Code1} ist der Gesamtdruck aus dem in dieser Arbeit verwendeten Sternentwicklungsprogramm, P_{Code2} ist der Gesamtdruck aus dem Sternentwicklungsprogramm von Herwig (1999). Bei völliger Übereinstimmung der beiden Drücke würde man eine Gerade bei eins erwarten. Zusätzlich sind schematisch die Häufigkeitsprofile von Helium (kurz gestrichelt, Skala von 0 bis 1), Kohlenstoff (gepunktet, Skala von 0 bis 0.6) und Sauerstoff (lang-gestrichelt, Skala von 0 bis 0.6) eingezeichnet worden. Die größten Unterschiede von bis zu 1.4 % zwischen beiden Drücken sind im Bereich des C/O-Kerns zu finden.

Kapitel 3

Entwicklungssequenzen für C/O-Weiße Zwerge

In diesem Kapitel werden Entwicklungssequenzen Weißer Zwerge verschiedener Massen bis zu sehr großem Alter beschrieben. Aus diesen Entwicklungssequenzen wurden die Weißen-Zwerg-Modelle herausgenommen, die als Ausgangsmodelle für die Rechnungen heliumakkretierender Weißer Zwerge im nächsten Kapitel dienen.

Ausgehend von einem Stern mit 1.81 $M_\odot$ im zentralen Heliumbrennen, sind durch nukleares Brennen und Massenverlust Sterne mit C/O-Kern-Massen von 0.5 $M_\odot$, 0.6 $M_\odot$, 0.7 $M_\odot$, 0.8 $M_\odot$, 0.9 $M_\odot$ und 1.0 $M_\odot$ und einer dünnen Helium-Hülle zwischen 10^{-3} und 10^{-2} $M_\odot$ entwickelt worden. Die Vorgeschichte dieser Modelle ist unrealistisch: Während des zentralen Heliumbrennens wurde die Masse des Sterns willkürlich reduziert. Die Massenverlustrate wurde so gewählt, dass am Ende des zentralen Heliumbrennens ein C/O-Kern der gewünschten Masse übrig blieb. Die Vorgeschichte spielt für die weitere Entwicklung der Modelle jedoch keine Rolle, da sich im Stern auf der thermischen Zeitskala – das ist die Zeit, während der der Stern Energie abstrahlt, wenn alle nuklearen Prozesse eingestellt würden und nur noch seine schon vorhandene Wärme- und Gravitationsenergie zur Abstrahlung zur Verfügung stünde – ein neues thermisches Gleichgewicht einstellt. Die thermische Zeitskala

$$\tau_{\mathrm{kh}} = \frac{G\,M^2}{2\,R\,L} \tag{3.1}$$

der hier behandelten Modelle (Gravitationskonstante G, Sternmasse M, Sternradius R, Sternleuchtkraft L) liegt in der Größenordnung von $10^4 - 10^6$ Jahren – nach Ablauf dieser Zeit ist die Vorgeschichte für die weitere Entwicklung der Sterne irrelevant.

Um die Unabhängigkeit der weiteren Entwicklung von der Vorgeschichte zu unterlegen, sind zwei Sternmodelle, im Folgenden Modell (a) und (b), mit einem C/O-Kern von 0.6 $M_\odot$ aus zwei unterschiedlichen Sequenzen entwickelt worden: Modell (a) entstand aus dem C/O-Kern mit 0.7 $\mathrm{M}_\odot$, der wie oben beschrieben durch Kernbrennen und Massenverlust aus dem heißen Stern von 1.81 $\mathrm{M}_\odot$ entwickelt worden ist. Danach wurde die Masse des Sterns auf 0.6 $\mathrm{M}_\odot$ herunterskaliert. Modell (b) ist aus einem C/O-Weißen Zwerg von 1.0 $\mathrm{M}_\odot$ durch Herunterskalieren der Masse entstanden.

Von all diesen Modellen wurden Entwicklungssequenzen bis zu einem Alter von etwa 10^{10} Jahren gerechnet. Zu Beginn der Sequenzen haben alle entarteten C/O-Kerne eine dünne Helium-Hülle, in der das Helium durch thermonukleare Reaktionen in Kohlenstoff und Sauerstoff umgewandelt wird (Helium-Schalenquelle). Nachdem soviel Helium in der Hülle umgewandelt wurde, dass die verbleibende Heliumschicht zu dünn wird, um die Bedingungen für die thermonuklearen Reaktionen weiterhin aufrecht zu erhalten, erlischt die Helium-Schalenquelle. Der Stern hat dann keine nukleare Energiequelle mehr. Er gibt seine noch vorhandene Wärmeenergie in den Weltraum ab; zusätzlich kontrahiert er – die dabei frei werdende Gravitationsenergie wird ebenfalls abgegeben. Seine Leuchtkraft und Effektivtemperatur sinken und sein Radius verkleinert sich durch Kontraktion – der Stern entwickelt sich zum Weißen Zwerg. Diese Entwicklung findet auf der thermischen Zeitskala statt. Da aber die Leuchtkraft sinkt und $\tau_{\mathrm{kh}} \sim 1/L$ ist (Gleichung 3.1), wird die thermische Zeitskala für den Weißen Zwerg immer größer. – Bis die Effektivtemperatur der Weißen Zwerge auf etwa 3000 K gesunken ist, vergehen größenordnungsmäßig 10^{10} Jahre. Im Folgenden soll überprüft werden, ob die hier berechneten Entwicklungssequenzen mit Ergebnissen anderer Autoren übereinstimmen.

3.1 Entwicklungssequenzen für Weiße Zwerge mit 0.6 $\mathrm{M}_\odot$

Zuerst sollen Entwicklungssequenzen für verschiedene C/O-Weißen Zwerge von 0.6 $M_\odot$ verglichen werden, um die Unabhängigkeit der Entwicklung von der Vorgeschichte der Modelle zu belegen. In Abbildung 3.1 sieht man die Entwicklungssequenzen für die C/O-Weißen Zwerge mit 0.6 $\mathrm{M}_\odot$ ausgehend von den oben beschriebenen Modellen (a) und (b). Um diese Rechnungen zu überprüfen, ist noch eine Sequenz von Montgomery et al. (1999) (c) dargestellt. Obwohl von drei verschiedenen Startmodellen (a), (b) und (c) ausgegangen wurde, stimmen die Entwicklungssequenzen sehr gut überein. Die leichten Abweichungen können unter anderem durch Unterschiede in den Opazitäten (Wood, 1994), andere C/O-Verhältnisse und verschieden dicke Wasserstoff- und Heliumschichten entstehen. Im Vergleichsmodell von Montgomery et al. (1999) hat der Weiße Zwerg eine Heliumschicht von $M_{\mathrm{He}} = 10^{-2}\,M_\odot$ und eine zusätzliche Wasserstoffschicht von $M_{\mathrm{H}} = 10^{-4}\,M_\odot$, währenddessen die hier behandelten

Modelle nur eine Heliumschicht von etwa $M_{\rm He} = 4 \cdot 10^{-2}\, M_\odot$ haben. Das C/O-Verhältnis ist etwas geringer als bei Montgomery et al. (1999), bei denen eine Zusammensetzung von 50:50 angenommen wurde. Zusätzlich wird bei den Opazitäten eine Metallizität $Z = 0$ angenommen, wobei in den hier genutzten OPAL-Opazitäten eine solare Metallizität von $Z = 0.02$ verwendet wurde.

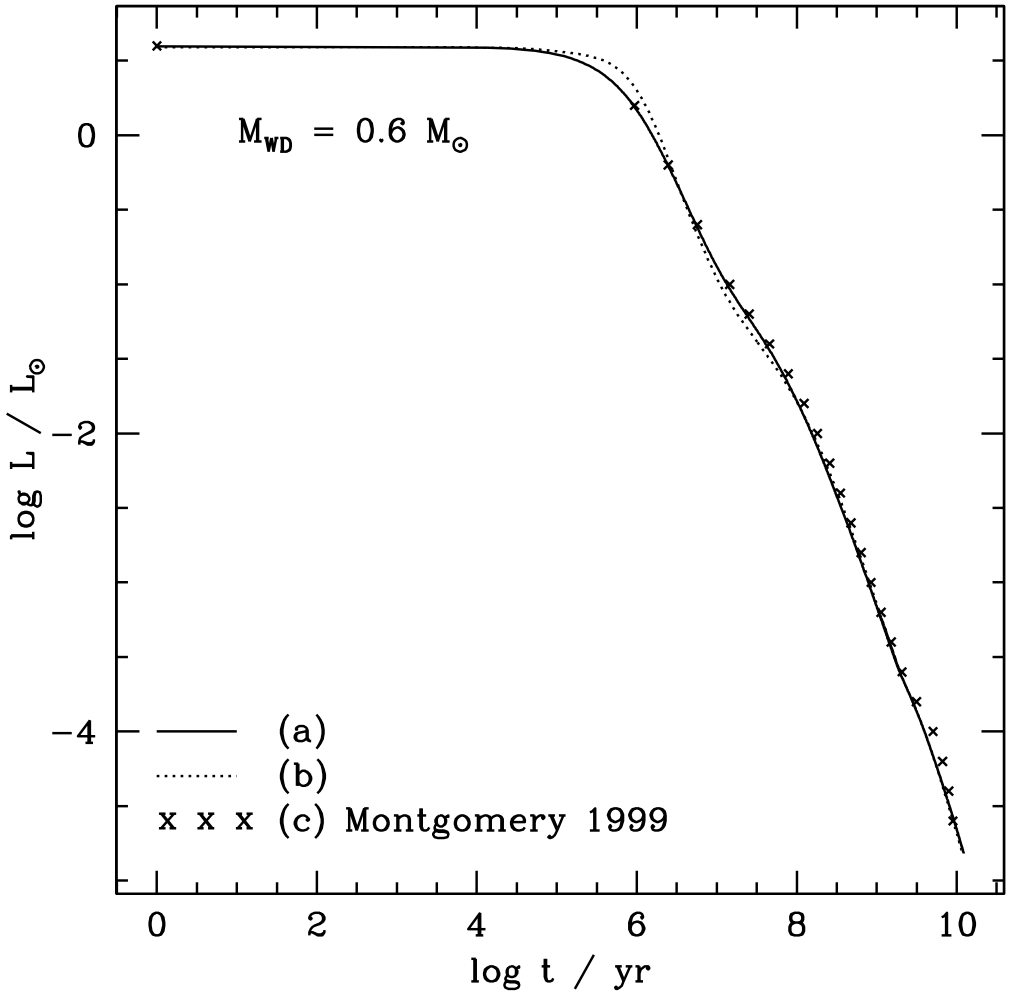

Abbildung 3.1: Entwicklungssequenzen für C/O-Weiße-Zwerge mit 0.6 $M_\odot$. Dargestellt sind Sequenzen ausgehend von drei unterschiedlichen Ausgangsmodellen eines C/O-Weißen-Zwerges von 0.6 $M_\odot$. Die Sequenzen für die Ausgangsmodelle (a) und (b) wurden in dieser Arbeit berechnet. Die durch Kreuze gekennzeichnete Sequenz wurde der Literatur entnommen (Montgomery et al., 1999).

Montgomery et al. (1999) beschäftigen sich mit dem Effekt der Phasenseparation – der Trennung von flüssiger und fester Phase – während der Kristallisation: Wenn die Temperatur im Inneren des Weißen Zwerges so weit sinkt, dass die thermische Energie der Ionen sehr viel kleiner als die Energie der Coulomb-Wechselwirkung zwischen benachbarten Ionen wird, so nehmen die Ionen den für sie energieärmsten Zustand ein und bilden ein Ionengitter. Der Weiße-Zwerg-Kern besteht aus einem C/O-Gemisch. Da Sauerstoff bei gegebenem Druck etwas dichter als Kohlenstoff ist, kristallisiert er zuerst. Es entsteht eine Sauerstoff-angereicherte kristallisierte Region, über der eine flüssige Kohlenstoff-angereicherte Schicht liegt. Durch Instabilitäten (Montgomery et al., 1999) wird die flüssige Schicht mit den darüberliegenden Schichten vermischt und da Kohlenstoff weniger dicht als Sauerstoff ist, wird der Kohlenstoff nach außen transportiert. Da der Weiße Zwerg weiter kristallisiert, wächst auch der Sauerstoff-angereicherte kristalline Kern. Da der Kern somit mehr Sauerstoff als Kohlenstoff enthält, ist er auch etwas schwerer und damit gravitativ stärker gebunden als im Modell ohne Phasenseparation. Durch die Phasenseparation wird zusätzliche Energie frei und somit verlängert sich die Zeit, während der der Weiße Zwerg Energie abstrahlen kann. Für einen Weißen Zwerg von $0.6\,M_\odot$ verlängert sich diese Zeit um 1.5 Gyr (Montgomery et al., 1999). Der Effekt der Phasenseparation wurde in der vorliegenden Arbeit nicht beachtet. Wenn die Effektivtemperatur des Weißen Zwerges mit 0.6 $\mathrm{M}_\odot$ auf etwa 3000 K gesunken ist, hat er ein Alter von $1.2{\cdot}10^{10}$ Jahren erreicht. Würde man den Effekt der Phasenseparation berücksichtigen, so würde sich das Alter um etwa 13 % erhöhen.

Ausgehend vom Anfangsmodell (a) wurde eine weitere Sequenz des 0.6 $\mathrm{M}_\odot$ C/O-Weißen-Zwerges mit dem Sternentwicklungsprogramm von Herwig (1999) gerechnet und mit der analogen Sequenz aus dieser Arbeit verglichen. Mit Ergebnissen aus dem Sternentwicklungsprogramm von Herwig (1999) wurde bereits die Überprüfung der Effekte durch die Coulomb-Wechselwirkung durchgeführt (siehe 2.2.1). In Abbildung 3.2 sind die beiden Entwicklungssequenzen zu sehen. Die Punkte entsprechen der Rechnung von Herwig (1999), die nur bis zu einer Effektivtemperatur von ca. 10 000 K durchgeführt wurde. In den vergleichbaren Bereichen stimmen die Sequenzen sehr gut überein.

3.2 Entwicklungssequenzen Weißer Zwerge zwischen 0.5 und 1.0 $\mathrm{M}_\odot$

Für die Weißen-Zwerg-Modelle wurden Vergleiche mit den Ergebnissen von Wood (1992) durchgeführt. In Abbildung 3.3 ist die Zeit t über der Leuchtkraft

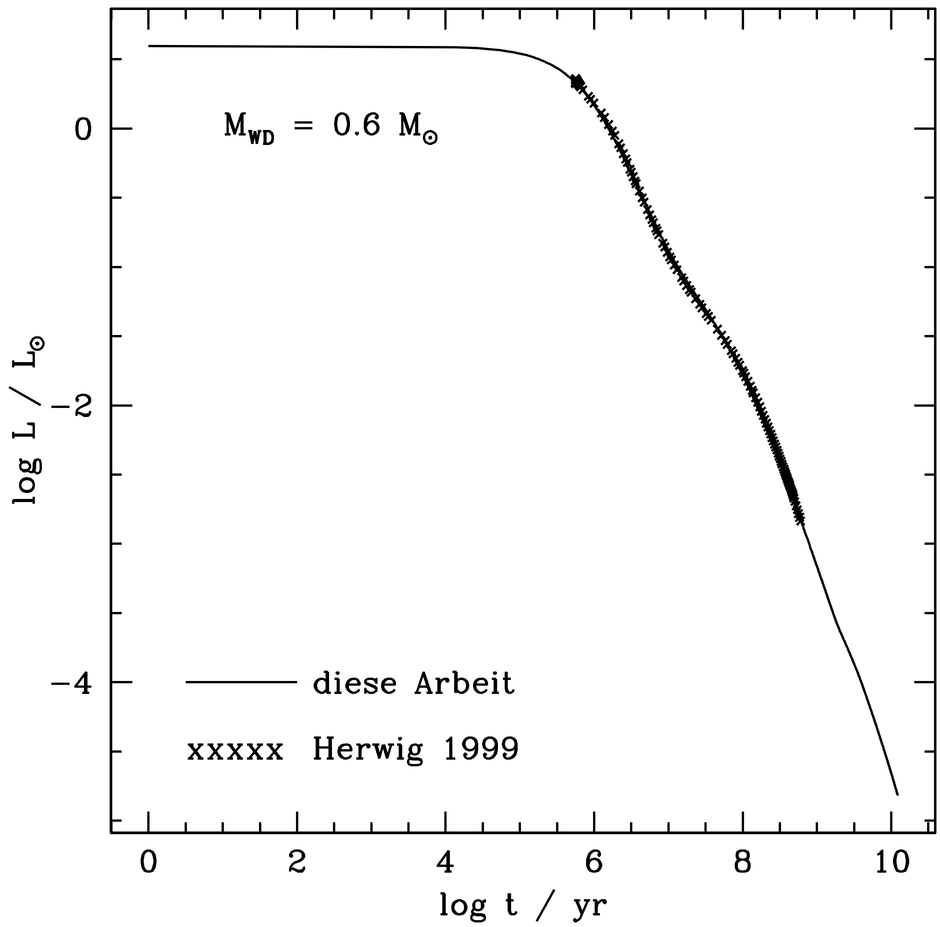

Abbildung 3.2: Entwicklungssequenz des C/O-Weißen-Zwerges von 0.6 $M_\odot$ mit Vergleichsrechnung von Herwig (1999). Ausgehend vom gleichen Anfangsmodell eines 0.6 $M_\odot$ C/O-Weißen-Zwerges sind die Entwicklungssequenzen mit zwei unterschiedlichen Sternentwicklungsprogrammen gerechnet worden. Die durchgezogene Linie entspricht den Ergebnissen aus dieser Arbeit, die Kreuze repräsentieren die Rechnungen mit dem Programm von Herwig.

L aufgetragen. Um mit Abbildung 4 auf Seite 544 in Wood (1992) vergleichen zu können, wurde nur der Teil der Sequenzen ab $\log L/L_\odot = 0.5$ dargestellt. Die Rechnungen werden abgebrochen, wenn bei einer Effektivtemperatur von $T_{\text{eff}} \approx 3000$ K der Gültigkeitsbereich der OPAL-Tabellen überschritten wird. Es ist wieder zu bedenken, dass WOOD etwas andere Kernzusammensetzungen und Hüllenmassen verwendet. Trotzdem zeigt ein Vergleich der Alter der

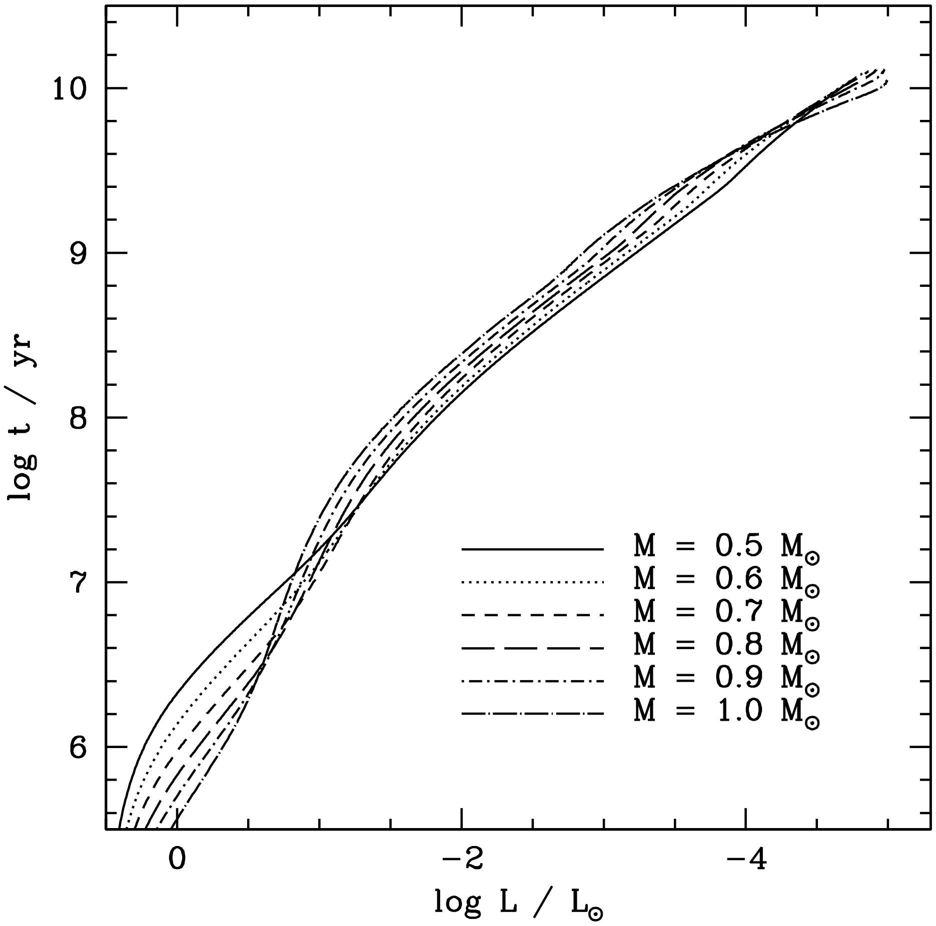

Abbildung 3.3: Entwicklungssequenzen für C/O-Weiße-Zwerge mit Massen von 0.5 $M_\odot$, 0.6 $M_\odot$, 0.7 $M_\odot$, 0.8 $M_\odot$, 0.9 $M_\odot$ und 1.0 $M_\odot$. Der Vergleich der Alter der Weißen Zwerge bei gegebener Leuchtkraft mit den Ergebnissen von Wood (1992), Abbildung 4, Seite 544 zeigt gute Übereinstimmung. Die Entwicklungssequenzen von Weißen Zwergen verschiedener Massen kreuzen sich auf Grund der Tatsache, das der Einfluss von Neutrinoemissionen und Kristallisation für unterschiedliche Massen und Leuchtkraftbereiche verschieden sind.

Weißen Zwerge bei gegebener Leuchtkraft eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Wood. Massereichere Sterne verlieren mehr Energie durch Neutrinoemissionen und entwickeln sich dadurch schneller im Bereich hoher Leuchtkraft bis zu $\log L/L_\odot \approx -1.5$. Für kleinere Leuchtkräfte wird der Energieverlust durch Neutrinos unwichtig und der Anstieg der Kurven wird gleich groß. Da massereichere Weiße Zwerge größere Innendrücke haben, setzt der Kristallisationsprozess bei ihnen früher, d.h. bei höheren Leuchtkräften, ein. Daher ist der Gesamteffekt der Kristallisation auf das Alter massereicher Sterne geringer als für massearme Weiße Zwerge. Es wird aber in jedem Fall das Alter der Weißen Zwerge durch die beim Kristallisationsprozess freiwerdende Energie verlängert. In Abbildung 3.3 kann man sehen, dass sich die Entwicklungssequenzen der Weißen Zwerge verschiedener Massen kreuzen. Ganz deutlich wird dies im Vergleich der Weißen Zwerge von 1.0 $M_\odot$ und 0.5 $M_\odot$. Der Leuchtkraftbereich bis log $L/L_\odot = -1.5$ wird vom massereicheren Stern sehr schnell durchlaufen, d.h. der Anstieg der Kurve ist größer als beim Weißen Zwerg mit 0.5 $M_\odot$, so dass sich beide Kurven schneiden. Danach haben die Kurven etwa den gleichen Anstieg und am Ende schneiden sich beide wieder, da der Einfluss der Kristallisation auf den masseärmeren Stern größer ist. Somit ist auch der Betrag der zusätzlich zur Verfügung stehenden Energie größer als beim Stern mit 1.0 $M_\odot$. Die Ergebnisse von Wood (1992) sind in dieser Arbeit also reproduzierbar.

In diesem Abschnitt konnte gezeigt werden, dass die Entwicklungssequenzen der Weißen-Zwerg-Modelle in dieser Arbeit mit denen aus der Literatur übereinstimmen. Daher können aus diesen Sequenzen Modelle entnommen werden, die im folgenden Kapitel als Ausgangsmodelle für die Rechnungen heliumakkretierender Weißer Zwerge dienen sollen.

3.3 Einfluss von Neutrino-Energieverlust und Coulomb-Wechselwirkung

In diesem Abschnitt soll der Einfluss der Effekte durch den Neutrino-Energieverlust und die Coulomb-Wechselwirkung auf die Entwicklung der Weißen Zwerge am Beispiel des Weißen Zwerges von 0.6 $M_\odot$ untersucht werden: Dazu wurden, ausgehend vom selben Ausgangsmodell, vier Entwicklungssequenzen berechnet: (a) Berücksichtigung von Neutrino-Energieverlust und Coulomb-Wechselwirkung, (b) kein Neutrino-Energieverlust aber Coulomb-Wechselwirkung, (c) ohne Coulomb-Wechselwirkung, aber Neutrino-Energieverlust. Um den Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung auf die Innere Energie und den Druck besser zu verstehen, wurde noch eine Sequenz (d) berechnet, in der nur der Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung auf den Druck, nicht aber auf die Innere Energie des Sterns beachtet wurde. Der Neutrino-Energieverlust wurden hier ebenfalls mit einbezogen.
In Abbildung 3.4 sieht man Leuchtkraft über der Zeit für die vier verschiedenen Sequenzen des Weißen Zwerges von 0.6 $M_\odot$. Die durchgezogene Linie ist dabei die Sequenz (a), welche unter Einbeziehung der Effekte durch Neutrino-

Energieverlust und COULOMB-Wechselwirkung berechnet wurde und die bereits mit den Rechnungen von Montgomery et al. (1999) verglichen worden ist. Die gepunktete Sequenz (b) entstand unter Vernachlässigung des Neutrino-Energieverlustes. Sie weicht bei großen Leuchtkräften von Sequenz (a) ab, das heißt, dass bei gleichem Alter die Modelle ohne Berücksichtigung des Neutrino-Energieverlustes heißer sind. Für Leuchtkräfte $\log L/L_\odot < -1.5$ nähern sich die beiden Sequenzen einander wieder an. Das bestätigt die Ausführungen in 2.2.1. Bis zu einem Entwicklungsalter, das $\log L/L_\odot \approx -1.5$ entspricht, bestimmt der Neutrino-Energieverlust das Verhalten des Sterns – wird er nicht berücksichtigt, bleibt der Stern im ersten Entwicklungsabschnitt heller. Bei kleineren Leuchtkräften werden die Neutrinos unwichtig und der Energieverlust durch Photonen dominiert – die Sequenzen gleichen sich wieder an. Die kurzgestrichelte Kurve zeigt das Verhalten bei Vernachlässigung der COULOMB-Wechselwirkung (c). Man sieht, dass Sequenz (c) von (a) ebenfalls abweicht. Der Stern hat bei gleichem Alter eine geringere Leuchtkraft als bei Berücksichtigung der COULOMB-Wechselwirkung. Auch dieses Verhalten läßt sich mit den Überlegungen aus 2.2.1 erklären. Durch die COULOMB-Wechselwirkung werden Innere Energie U und Druck P erniedrigt. Der Betrag, um den sich die Innere Energie ändern muss, um eine bestimmte Temperaturänderung hervorzurufen, wird jedoch größer, so dass auch die spezifische Wärmekapazität c_v nach

$$c_\mathrm{v} = \left(\frac{\delta U}{\delta T} \right)_\mathrm{v}$$

größer wird. Damit kann der Stern die Wärme besser speichern, wodurch sich die Zeit, während der er noch Energie abstrahlen kann, verlängert. Beim Phasenübergang in den flüssigen und später in den kristallinen Zustand verdoppelt sich die Anzahl der Freiheitsgrade f pro Ion gegenüber dem idealen Gas mit drei Freiheitsgraden und somit nach

$$c = \frac{f\,k}{2\,m}$$

– m ist die Masse eines Ions – auch die spezifische Wärmekapazität. Dadurch kann der Weiße Zwerg länger Energie abstrahlen (Iben & Tutukov, 1984). Anschaulich kann man sich vorstellen, dass bei der Verflüssigung und Kristallisation der Materie Kondensations- bzw. Kristallisationsenergie frei wird – zusätzliche Energie E, die der Weiße Zwerg abstrahlen muss. Da $t = E/L$ gilt, verlängert sich bei gleicher Leuchtkraft L also die Zeit t, während der er Energie abstrahlt. Ohne Beachtung der COULOMB-Wechselwirkung sinkt die Leuchtkraft des Weißen Zwerges schneller, wie aus Abb. 3.4 hervorgeht. Die lang-gestrichelte Kurve (d) zeigt das Ergebnis, wenn man den Einfluss der COULOMB-Wechselwirkung nur bei der Berechnung des Drucks beachtet,

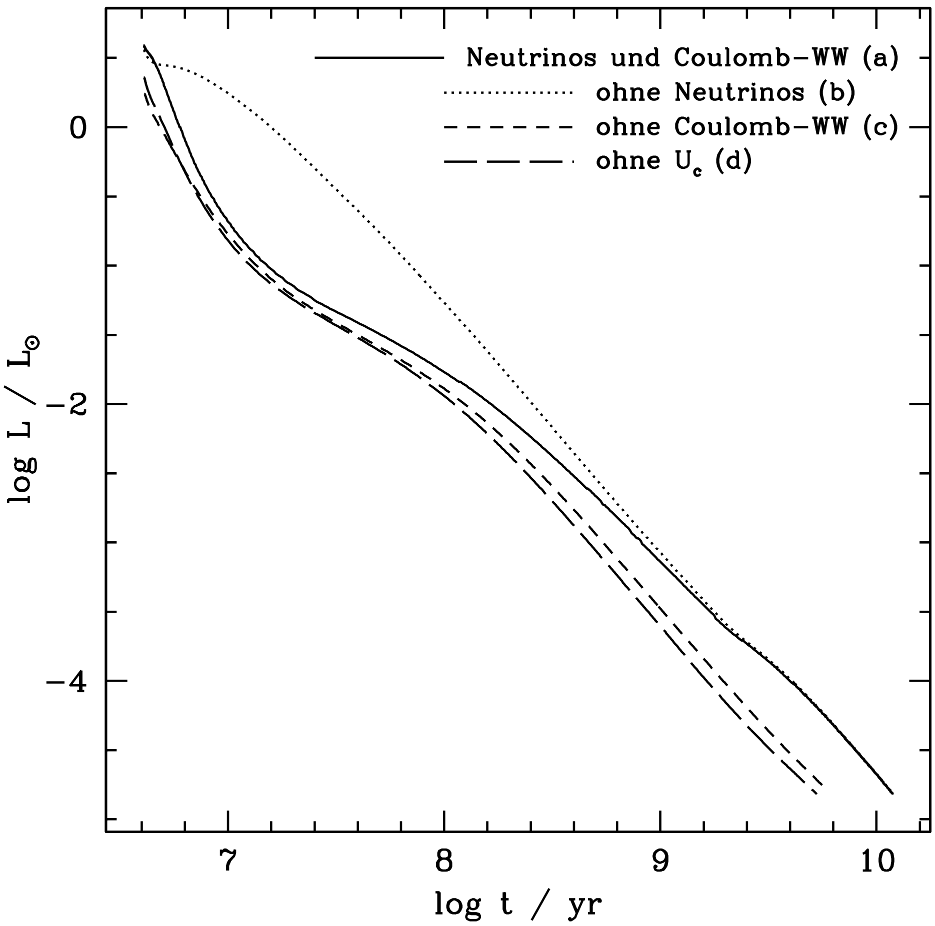

Abbildung 3.4: Entwicklungssequenzen eines 0.6 $M_\odot$ Weißen Zwerges unter Berücksichtigung verschiedener physikalischer Effekte. Sequenz (a) wurde unter Einbeziehung von Neutrino-Energieverlust und COULOMB-Wechselwirkung berechnet. Sequenz (b) wurde ohne Berücksichtigung des Neutrino-Energieverlustes, aber unter Einbeziehung der COULOMB-Wechselwirkung berechnet. Sequenz (c) mit Neutrino-Energieverlust, aber ohne COULOMB-Wechselwirkung. In Sequenz (d) wurde der Einfluss der COULOMB-Wechselwirkung nur bei der Berechnung des Gesamtdrucks, jedoch nicht bei der Inneren Energie beachtet. Der Neutrino-Energieverlust wurde mit einbezogen.

jedoch nicht bei der Inneren Energie. Die Abweichungen zur Sequenz (c), in der die Coulomb-Wechselwirkung gar nicht mit einbezogen wurde, sind gering. Durch die Einbeziehung der Coulomb-Wechselwirkung in die Rechnungen verändert sich also die Innere Energie U des Weißen Zwerges signifikant, während der Einfluss auf den Druck eher gering ist. Die Unterschiede zu den Rechnungen ohne Coulomb-Wechselwirkung resultieren also zum größten Teil aus den Unterschieden in der Inneren Energie.

Kapitel 4

Helium-Akkretion auf C/O-Weiße Zwerge

In diesem Kapitel soll das Verhalten der Weißen-Zwerg-Komponente in einem Doppelsternsystem bei Akkretion von heliumreichem Material mit konstanten Raten von einem Begleitstern untersucht werden. Die Helium-Schalenquelle ist die einzige nukleare Energiequelle in diesen Sternmodellen. Bei Temperaturen von etwa $2 \cdot 10^8$ K wird in der Schalenquelle durch thermonukleare Reaktionen Helium in Kohlenstoff und Sauerstoff umgewandelt (Helium-Schalenbrennen). Die wichtigste Reaktion ist der sogenannte Tripel-α-Prozess, bei dem aus drei Heliumkernen ein Kohlenstoffatom entsteht:

$$\begin{aligned} {}^4He + {}^4He &\rightleftharpoons {}^8Be \\ {}^8Be + {}^4He &\rightarrow {}^{12}C + \gamma \quad . \end{aligned} \tag{4.1}$$

Der Stoß zweier Helium-Kerne führt zur Bildung eines Beryllium-Kerns, der jedoch instabil ist und nach etwa 10^{-16} Sekunden wieder zerfällt. Wenn er innerhalb dieser Zeitspanne mit einem dritten Helium-Kern reagiert, kann sich ein stabiler Kohlenstoff-Kern bilden, wobei ein Gammaquant ausgesandt wird. Ein Teil der Kohlenstoff-Kerne fängt einen weiteren Helium-Kern ein und bildet unter Aussendung eines Gammaquants einen stabilen Sauerstoff-Kern:

$${}^{12}C + {}^4He \rightarrow {}^{16}O + \gamma \quad . \tag{4.2}$$

Einige dieser Sauerstoff-Kerne können ebenfalls durch Einfang eines Helium-Kerns weiter zu Neon reagieren:

$${}^{16}O + {}^4He \rightarrow {}^{20}Ne + \gamma \quad . \tag{4.3}$$

Durch das stetige Helium-Schalenbrennen kann die Masse des C/O-Kerns anwachsen.

Thermische Pulse

Nach dem stetigen Helium-Schalenbrennen setzen in den im Folgenden beschriebenen Modellen Thermische Pulse ein. Wie bereits erwähnt, handelt es sich dabei um Instabilitäten in Sternen mit mindestens einer Schalenquelle, die auftreten, wenn die Schalenquelle geometrisch dünn wird. Nach Kippenhahn & Weigert (1990) wird das Schalenbrennen instabil, wenn

$$\left(1 - \nabla_{\mathrm{ad}} \frac{4\,\delta}{4\alpha - r/D}\right) > 0 \tag{4.4}$$

gilt, wobei D die Dicke der Schalenquelle, r der äußere Radius der Schalenquelle vom Sternzentrum aus gemessen und ∇_{ad} der adiabatische Temperaturgradient sind. Als Maß für den Entartungsgrad der Materie dienen die Ableitungen der Dichte nach Druck und Temperatur

$$\alpha = \left(\frac{\delta \ln \rho}{\delta \ln P}\right)_T \tag{4.5}$$

und

$$\delta = -\left(\frac{\delta \ln \rho}{\delta \ln T}\right)_P \quad . \tag{4.6}$$

Für ein vollständig entartetes Elektronengas geht $\alpha \to 3/5$ und $\delta \to 0$. Der Klammerausdruck in Gleichung (4.4) geht gegen 1, ist also größer als Null, was bedeutet, dass das Schalenbrennen instabil wird. Aus Gleichung (4.4) geht weiterhin hervor, dass auch für ein ideales Gas, α und δ sind jeweils eins und $\nabla_{\mathrm{ad}} = 2/5$, eine Instabilität auftreten kann, wenn r/D klein genug wird – die Thermischen Pulse. Auf Grund dieser Instabilität kommt es zu einer plötzlichen Energiefreisetzung in der Schalenquelle. Durch die freiwerdende Energie steigt die Temperatur in der Schalenquelle und die Hülle expandiert. Da die Effektivität des Heliumbrennens stark temperaturabhängig ist, wird durch den Anstieg der Temperatur sehr viel Energie frei, so dass die nukleare Leuchtkraft der Schalenquelle die Gesamtleuchtkraft um Größenordnungen übersteigen kann. Der größte Teil dieser Energie wird für die Expansion der darüberliegenden Schichten aufgebraucht. Durch die Expansion steigt die geometrische Dicke D der Schalenquelle, so dass das Schalenbrennen nach Gleichung (4.4) nicht länger instabil bleibt. Nachdem das Leuchtkraftmaximum erreicht ist, sinken die Leuchtkräfte wieder und die Hülle kontrahiert. Ist die Schalenquelle wieder so dünn geworden, dass das Schalenbrennen erneut instabil wird, tritt der nächste Thermische Puls auf.

Um einen Überblick über die Entwicklung akkretierender Weißer Zwerge zu gewinnen, ist hier der Parameterraum, bestehend aus anfänglicher Weißer-Zwerg-Masse $M_{WD,i}$, Helium-Akkretionsrate $\dot{M}$ und Effektivtemperatur (Alter) des Weißen Zwerges zu Beginn der Akkretion, untersucht worden.

4.1 Die Ausgangsmodelle

In Tabelle 4.1 sind charakteristische Größen für die Ausgangsmodelle aufgelistet, für die in der vorliegenden Arbeit Sequenzen mit Helium-Akkretion gerechnet worden sind. Die C/O-Kerne der Sterne bestehen zu 40% aus Kohlenstoff und zu 60% aus Sauerstoff. Über den Kernen befindet sich jeweils eine Heliumhülle, in der die nukleare Leuchtkraft durch thermonukleares Heliumbrennen erzeugt wird. In den Abbildungen 4.1 und 4.2 sind Ausschnitte aus den Entwicklungssequenzen der Weißen Zwerge von 0.6 und 0.8 $M_\odot$ dargestellt. Man sieht jeweils die Gesamtleuchtkräfte der Sterne (durchgezogene

$M_*/M_\odot$	$\log L/L_\odot$	$\log L_{nuc}/L_\odot$	T_{eff}/K	$R_*/10^9$ cm	$R_{C/O}/10^8$cm
1	2	3	4	5	6
0.6	2.995	2.949	133 708	4.08	11.03
0.8	4.110	4.047	251 702	4.15	9.26
0.8	2.948	1.963	212 570	1.53	9.08
0.8	1.770	0.231	136 085	0.96	7.15
1.0	4.385	4.368	306 550	3.85	9.48

$T_c/10^8$ K	$\rho_c/10^6$ g cm^{-3}	$T_{max}/10^8$ K	$M_r/M_\odot$	$M_{He}/M_\odot$	Nr
7	8	9	10	11	12
1.408	1.50	2.27	0.28221	$5.16\cdot10^{-2}$	M6
1.570	5.91	3.39	0.56861	$1.18\cdot10^{-2}$	L4
1.537	6.06	3.38	0.57743	$1.07\cdot10^{-2}$	L3
1.017	8.45	2.40	0.66289	$9.94\cdot10^{-3}$	L2
2.708	14.7	5.12	0.78276	$6.73\cdot10^{-3}$	M1

Tabelle 4.1: In dieser Tabelle sind charakteristische Größen der Ausgangsmodelle für die Helium-Akkretion aufgelistet: Spalte 1: anfängliche Sternmasse, Spalte 2: Gesamtleuchtkraft, Spalte 3: nukleare Leuchtkraft (durch das Helium-Schalenbrennen), Spalte 4: Effektivtemperatur, Spalte 5: Sternradius, Spalte 6: Radius des C/O-Kerns, Spalte 7: Temperatur im Zentrum, Spalte 8: Dichte im Zentrum, Spalte 9: Maximaltemperatur im Stern, Spalte 10: Massenkoordinate des Temperaturmaximums im Stern, Spalte 11: Masse der Heliumhülle, Spalte 12: Kurzbezeichnung der Modelle im Folgenden.

Linie) und die nuklearen Leuchtkräfte (gepunktete Linie). Wie bereits erwähnt, ist die Vorgeschichte der Modelle unrealistisch, hat jedoch keinen Einfluss auf die weitere Entwicklung der Sterne, da sich auf der thermischen Zeitskala ein neues Gleichgewicht einstellt. Für den Stern von 0.6 $M_\odot$ beträgt die thermische Zeitskala nach Gleichung (3.1) etwa $5.5 \cdot 10^4$ Jahre. In Abbildung 4.1 sieht man auf dieser Zeitskala eine Art „Einschwingphase“. Danach hat der Stern ein neues thermisches Gleichgewicht gefunden. – Die Gesamtabstrahlung des Sterns wird zunächst fast ausschließlich durch die nukleare Energieproduktion in der Heliumhülle gedeckt, d.h. Gesamtleuchtkraft und nukleare Leuchtkraft sind annähernd gleich groß. Der Differenzbetrag wird durch die bei der Kontraktion freiwerdende potentielle Energie abgedeckt. Das Ausgangsmodell des Weißen Zwerges von 0.6 $M_\odot$ für die Akkretionsrechnungen ist mit einem Punkt gekennzeichnet. Das vorhandene Helium in der Hülle wird in Sauerstoff und Kohlenstoff verbrannt und da kein neues Brennmaterial hinzukommt, erlischt die Heliumschalenquelle langsam – die nukleare Leuchtkraft wird immer kleiner und schließlich Null. Die Gesamtleuchtkraft sinkt jedoch nicht so schnell wie die nukleare Leuchtkraft, da der Stern immer stärker kontrahiert und somit Gravitationsenergie frei wird, die abgestrahlt werden muss. Desweiteren strahlt der Stern seine Wärmeenergie ab und wird dabei kühler. Aus der Entwicklungssequenz des Sterns mit 0.8 $M_\odot$ wurden drei Modelle bei verschiedenen Leuchtkräften (Altern) herausgenommen, die als Ausgangsmodelle für die Helium-Akkretionsrechnungen dienen. Damit soll die Abhängigkeit der Entwicklungswege bei Akkretion vom Alter des Weißen Zwerges untersucht werden. Um die Ausgangsmodelle des 0.8 $M_\odot$-Sternes im Folgenden besser unterscheiden zu können, wurden in Tabelle 4.1 Abkürzungen eingeführt. In Abbildung 4.2 ist das Modell L4 mit der größten Leuchtkraft durch ein Dreieck gekennzeichnet, das Modell L3 mit einer Leuchtkraft von $\log L/L_\odot = 2.948$ durch ein Quadrat und das älteste Modell L2 mit der kleinsten Leuchtkraft durch einem Punkt.

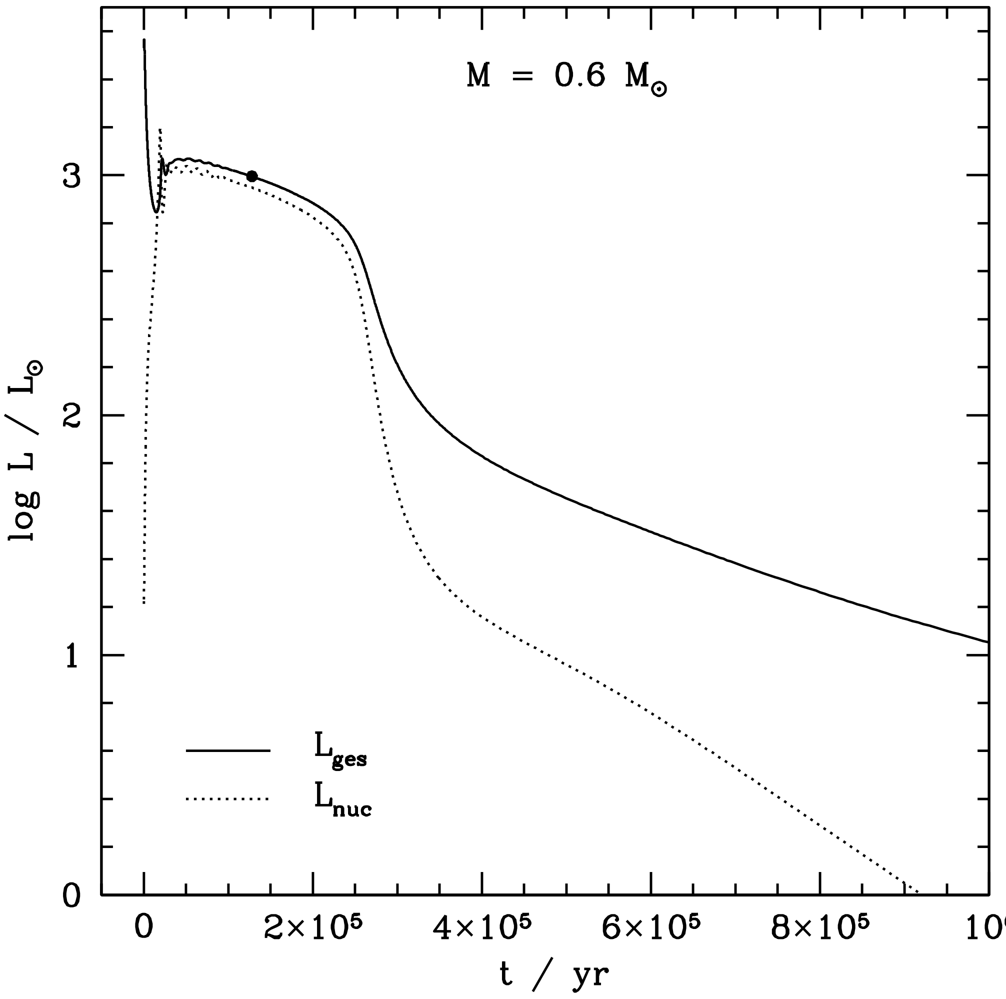

Abbildung 4.1: Ausschnitt aus der Entwicklungssequenz des Weißen Zwerges von 0.6 $M_\odot$. Dargestellt ist die zeitliche Entwicklung der Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und der nuklearen Leuchtkraft (gepunktet). Nach einer „Einschwingphase“ auf der thermischen Zeitskala hat der Stern ein neues thermisches Gleichgewicht gefunden. Gesamtleuchtkraft und nukleare Leuchtkraft sind fast gleich groß. Die Helium-Schalenquelle erlischt langsam und die nukleare Leuchtkraft sinkt. Die Gesamtleuchtkraft sinkt langsamer, da Photonenenergie und Gravitationsenergie abgestrahlt werden können. Das Ausgangsmodell für die Rechnungen mit Helium-Akkretion ist durch einen Punkt gekennzeichnet.

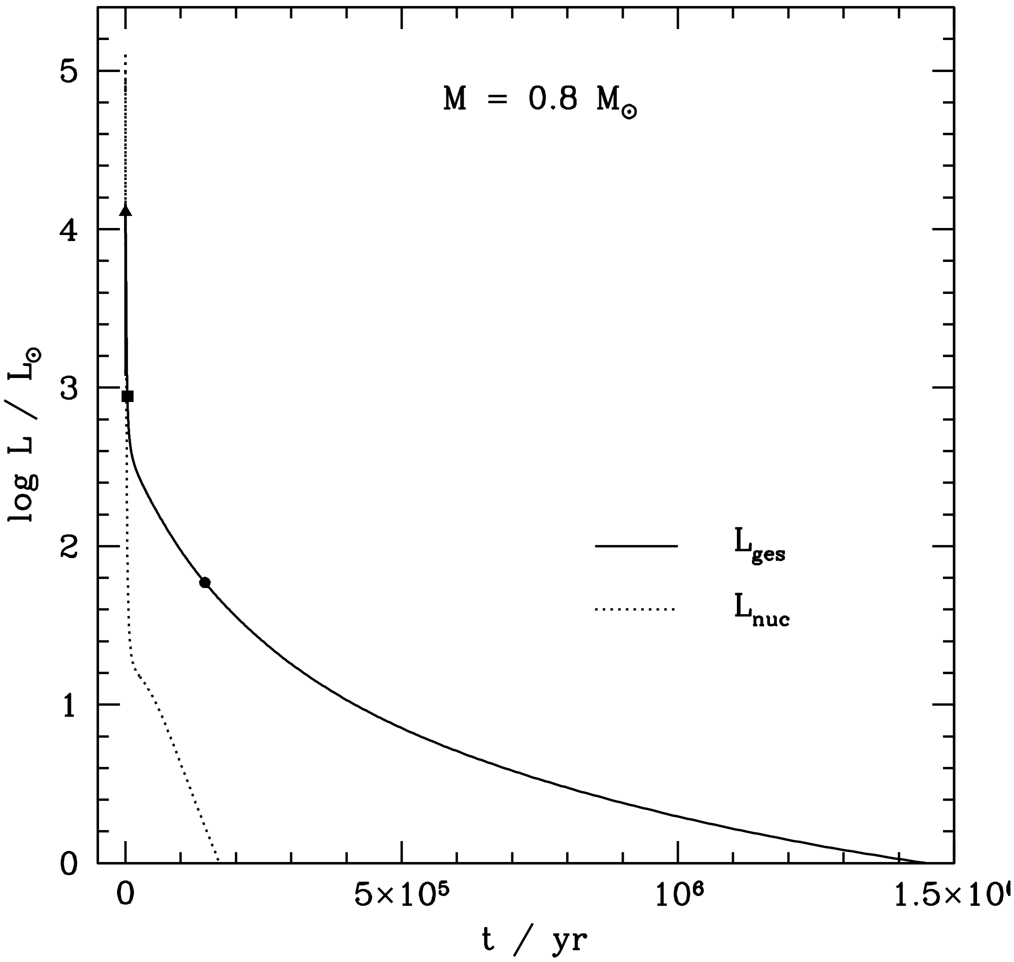

Abbildung 4.2: Ausschnitt aus der Entwicklungssequenz des Weißen Zwerges von 0.8 $M_\odot$. Dargestellt ist die zeitliche Entwicklung der Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und der nuklearen Leuchtkraft (gepunktet). Die Ausgangsmodelle L4, L3 und L2 (siehe 4.1) für die Rechnungen mit Helium-Akkretion sind durch Symbole gekennzeichnet: L4 durch ein Dreieck, L3 durch ein Quadrat und L2 durch einen Punkt.

4.2 Stetiges Helium-Schalenbrennen

4.2.1 Helium-Akkretion auf Weiße Zwerge mit 0.6 $M_\odot$

Abbildung 4.3 zeigt die Ergebnisse bei Helium-Akkretion mit verschiedenen Überstromraten auf einen Weißen Zwerg der Ausgangsmasse $\mathrm{M}_{\mathrm{WD,i}} = 0.6 M_\odot$ im HRD. Das Ausgangsmodell hat eine Leuchtkraft von $\log L/L_\odot \approx 3$, eine Effektivtemperatur von $T_{\mathrm{eff}} \approx 134000$ K und ist in Abbildung 4.3 durch einen Punkt gekennzeichnet. Bei diesem Modell brennt die Heliumschale noch – die nukleare Leuchtkraft beträgt $\log L_{\mathrm{nuc}}/L_\odot \approx 3$ – und produziert fast die gesamte Leuchtkraft des Sterns, so dass sich das Ausgangsmodell praktisch im thermischen Gleichgewicht befindet – der Beitrag der Gravitationsenergie ist vernachlässigbar. Helium wurde mit Raten zwischen $\dot{M} = 7 \cdot 10^{-8}$ und $5 \cdot 10^{-7} M_\odot yr^{-1}$ auf dieses Ausgangsmodell akkretiert.
Bei einer Rate von $\dot{M} = 4 \cdot 10^{-7} M_\odot yr^{-1}$ steigt die Masse des Weißen Zwerges durch stetiges Heliumbrennen von 0.6 auf 0.84 $M_\odot$. Dann wird die heliumbrennende Schale instabil und ein Thermischer Puls entwickelt sich. Die Thermischen Pulse entstehen hier, genau wie in AGB-Sternen, auf Grund der geringen geometrischen Dicke der Schalenquelle (Kippenhahn & Weigert, 1990). Es wird keine akkretierte Masse wieder ausgeworfen – die Ausdehnung des Radius beträgt in den Pulsen etwa 0.03 $\mathrm{R}_\odot$, währenddessen der Roche-Radius in der Größenordnung von 1 bis 3 $\mathrm{R}_\odot$ liegt, so dass der Weiße Zwerg während der Pulse keine Massen verliert. Daher kann die Masse des Weißen Zwerges auch durch die Thermische-Puls-Phase hindurch anwachsen. Hier wurden die Rechnungen jedoch zu Beginn der Thermischen Pulse abgebrochen. Bei einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-7} M_\odot yr^{-1}$ wächst die Masse des Weißen Zwerges nur auf 0.73 $M_\odot$, bevor die Thermischen Pulse einsetzen. Bei $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot yr^{-1}$ nimmt die Masse bis 0.66 $M_\odot$ zu, dann entwickelt sich ein Thermischer Puls, bei dem der Radius des Sterns auf 0.82 $\mathrm{R}_\odot$ steigt. Der Stern stößt an sein Eddington-Limit und die Rechnung wurde abgebrochen. Die Eddington-Leuchtkraft ist definiert als

$$L_{\mathrm{Edd}} = \frac{4\,\pi\,c\,G\,M_*}{\kappa} \quad , \tag{4.7}$$

wobei M_* die Sternmasse, G die Gravitationskonstante, c die Lichtgeschwindigkeit und κ die radiative Opazität an der Oberfläche, als Maß für die Strahlungsundurchlässigkeit der Materie, sind. Oberhalb der Eddington-Leuchtkraft ist der von der Sternoberfläche weg gerichtete Strahlungsdruck auf die Teilchen größer als die Gravitationskraft und die Materie würde vom Stern weggetrieben. Der Thermische Puls ist im HRD als „Schleife“ zu erkennen – zuerst sinken Leuchtkraft und Temperatur drastisch, um anschließend wieder anzusteigen. Die Akkretionsrate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7} M_\odot yr^{-1}$ ist so groß, dass das akkretierte

Material nicht schnell genug in Helium verbrannt werden kann. Es sammelt sich in einer ausgedehnten Hülle um den Weißen Zwerg an. Der Radius vergrößert sich und bei 10.28 $R_\odot$ stößt der Stern wieder an das EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Das gleiche passiert bei einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 4.5 \cdot 10^{-7} M_\odot yr^{-1}$; hier wird das EDDINGTON-Limit bei einer Masse von 0.77 $M_\odot$ und einem Radius von 5.85 $R_\odot$ erreicht. Bei einer kleinen Akkretionsrate, wie z.B. $\dot{M} = 7 \cdot 10^{-8} M_\odot yr^{-1}$, steigt die Masse durch stetiges Brennen auf 0.66 $M_\odot$, dann setzt ein Thermischer Puls ein („Schleife“ im HRD). Während des Pulses nimmt der Radius zu und der Stern stößt bei 1.28 $R_\odot$ an sein EDDINGTON-Limit.
Aus Abbildung 4.3 wird ersichtlich, dass die Grenzen, innerhalb derer der Weiße Zwerg durch stetiges Heliumbrennen seine Kernmasse vergrößern kann, für verschiedene Akkretionsraten unterschiedlich sind. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist auch die mittlere Leuchtkraft, bei der das stetige Schalenbrennen stattfindet und desto größer ist auch die Masse, die der Weiße Zwerg während der Phase des stetigen Brennens akkretieren kann. Beim Erreichen des EDDINGTON-Limits oder beim Einsetzen der Thermischen Pulse werden die Rechnungen beendet.

4.2.2 Helium-Akkretion auf Weiße Zwerge mit 0.8 $M_\odot$

Modifikationen im Sternentwicklungsprogramm

Für die folgenden Rechnungen wurden einige Modifikationen am Sternentwicklungsprogramm vorgenommen: Wie am Anfang dieses Kapitels erwähnt, ist der Tripel-α-Prozess in der Helium-Schalenquelle der dominante Prozess bei der Energieerzeugung in diesen Modellen. Die Energieerzeugungsrate ε, die Energie, die pro Zeiteinheit und Masse frei wird, ist eine Funktion von Temperatur, Dichte und Häufigkeit der chemischen Elemente, die umgewandelt werden. Beim Tripel-α-Prozess ist die Energieerzeugungsrate proportional zur dritten Potenz der Helium-Häufigkeit Y

$$\varepsilon \sim Y^3 \rho^2 T_8^{-3} e^{-44.027/T_8} \quad , \tag{4.8}$$

wobei T_8 die Temperatur in 10^8 K ist (Kippenhahn & Weigert, 1990). Im Sternentwicklungsprogramm wird die Energieerzeugungsrate am Anfang des Zeitschritts berechnet – dabei geht die Helium-Häufigkeit zu diesem Zeitpunkt ein. Es wird angenommen, dass die Helium-Häufigkeit über den gesamten Zeitschritt konstant bleibt. Während des Zeitschritts verbrennt jedoch ein gewisser Betrag an Helium und die Häufigkeit sinkt. Damit wurde die so berechnete Energieerzeugungsrate überschätzt. Dies ist zwar auch bei den anderen nuklearen Reaktionen der Fall, doch ist dort ε nur linear von den Häufigkeiten

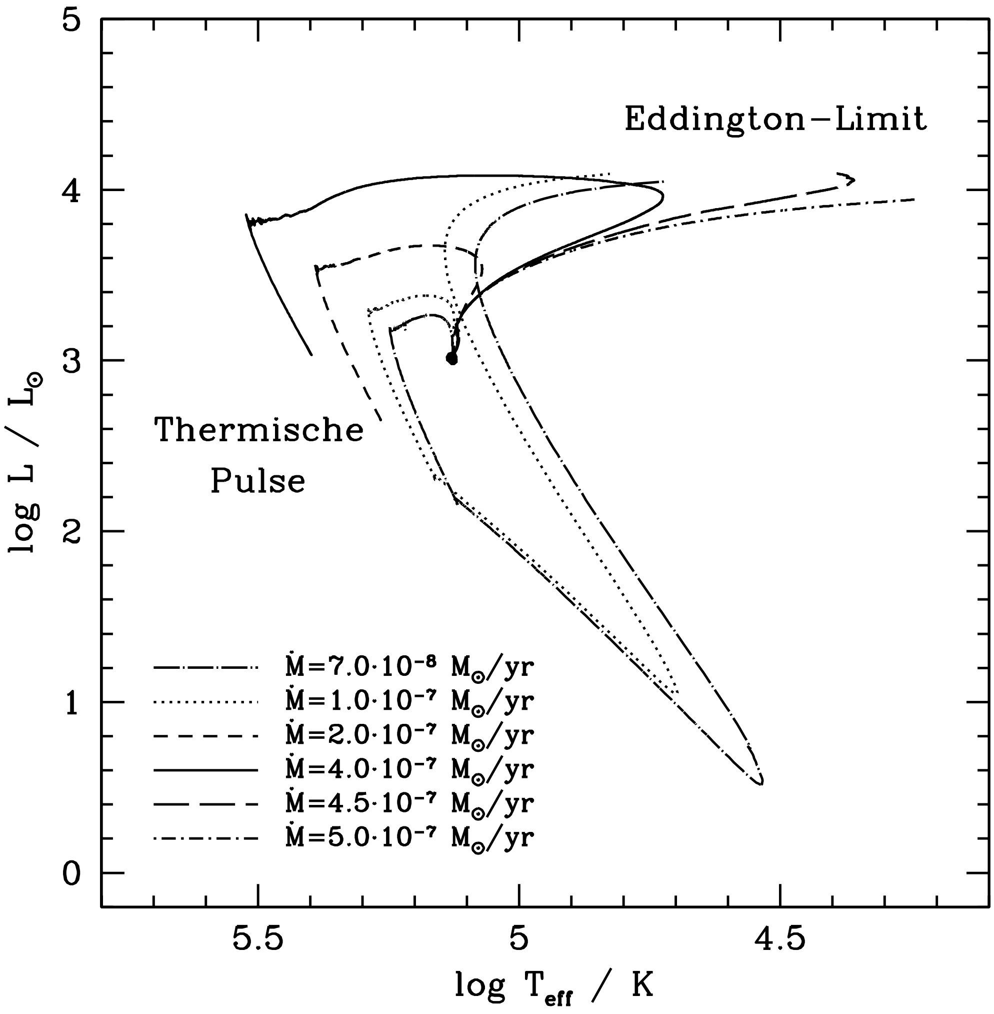

Abbildung 4.3: Entwicklungswege im HRD für verschiedene Helium-Akkretionsraten für einen C/O-Weißen-Zwerg von 0.6 M$_\odot$. Vom selben Ausgangsmodell sind Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 7 \cdot 10^{-8}, 10^{-7}, 2 \cdot 10^{-7}, 4 \cdot 10^{-7}, 4.5 \cdot 10^{-7}$ und $5 \cdot 10^{-7} M_\odot\, yr^{-1}$ gerechnet worden. Das Ausgangsmodell mit $\log L/L_\odot \approx 3$ und $T_{\rm eff} \approx 134000\, K$ ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Die Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 7 \cdot 10^{-8}, 10^{-7}, 4.5 \cdot 10^{-7}$ und $5 \cdot 10^{-7} M_\odot\, yr^{-1}$ stoßen an das Eddington-Limit, an dem die Rechnungen abgebrochen werden. Bei den Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-7}$ und $4 \cdot 10^{-7} M_\odot\, yr^{-1}$ wurden die Rechnungen bei Erreichen der Thermischen-Puls-Phase abgebrochen.

abhängig, so dass die Überschätzung geringer ist. In den folgenden Rechnungen wurden die Energieerzeugungsraten entsprechend korrigiert, d.h. der Abnahme der Häufigkeiten während des Zeitschritts wurde Rechnung getragen.

In Abbildung 4.4 ist die zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft für zwei Sequenzen dargestellt: Vom Ausgangsmodell des Weißen Zwerges mit $0.6 M_\odot$ aus Abschnitt 4.1 ist mit einer Akkretionsrate von $2 \cdot 10^7 \, M_\odot \, yr^{-1}$ die Sequenz (b) mit der korrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet worden. Zum Vergleich ist die entsprechende Sequenz (a) aus Abschnitt 4.2.1 – die noch mit der unkorrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet wurde – dargestellt. Zu sehen sind jeweils die Gesamtleuchtkräfte und die nuklearen Leuchtkräfte durch das Helium-Schalenbrennen. Die Gesamtleuchtkraft wird fast ausschließlich durch die nukleare Leuchtkraft gedeckt – die Differenz der beiden entspricht dem Beitrag durch die freiwerdende Gravitationsenergie. Die maximale Abweichung der Leuchtkräfte bei $t \approx 3.5 \cdot 10^5$ Jahren beträgt 29%. Während der Stern in Sequenz (a) durch stetiges Helium-Schalenbrennen auf $0.73 \; M_\odot$ wächst und dann ein Thermischen Puls einsetzen will, wächst er in Sequenz (b) nur auf $0.72 \; M_\odot$, bevor der Thermische Puls anfängt.

Das qualitative Verhalten des Modells hat sich durch die genauere Berechnung der Energieerzeugungsrate nicht geändert. Daher geben die Rechnungen in Abschnitt 4.2.1 einen guten qualitativen Überblick über das Verhalten des Sterns von $0.6 \; M_\odot$ bei Helium-Akkretion mit verschiedenen Raten.

Numerische Methode

Die folgenden Modellsequenzen wurden mit einer korrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet. Damit die Energieerzeugungsrate auch bei Modellen, die Masse akkretieren, richtig berechnet wird, mußte noch Folgendes beachtet werden: Bei Massenakkretion verschiebt sich das Stützstellengitter in den Sternmodellen, d.h. die akkretierte Masse wird in jede Stützstelle anteilmäßig addiert und die chemischen Häufigkeiten werden dem neuen Gitter angepaßt. Die chemischen Häufigkeiten bleiben zwar an den absoluten Massenkoordinaten gleich, nicht jedoch an den relativen und damit der Stützstelle. In der heliumbrennenden Schale der Sternmodelle ändern sich bei Akkretion die chemischen Häufigkeiten also nicht nur durch die nuklearen Reaktionen, sondern auch auf Grund der Verschiebung des Stützstellengitters. Daher darf die akkretierte Masse nur in den Stützstellen der Helium-Schale eingefügt werden, in denen die Helium-Häufigkeit konstant ist, in denen die Verschiebung der Häufigkeiten an den Stützstellen also keinen Einfluss auf die Energieerzeugungsrate hat. Da die akkretierte Masse so nur in einen sehr kleinen Teil der Hülle eingefügt werden kann, wird auch der Zeitschritt begrenzt: Aus Testrechnungen ging hervor, dass der Zeitschritt so gewählt werden muss, dass die

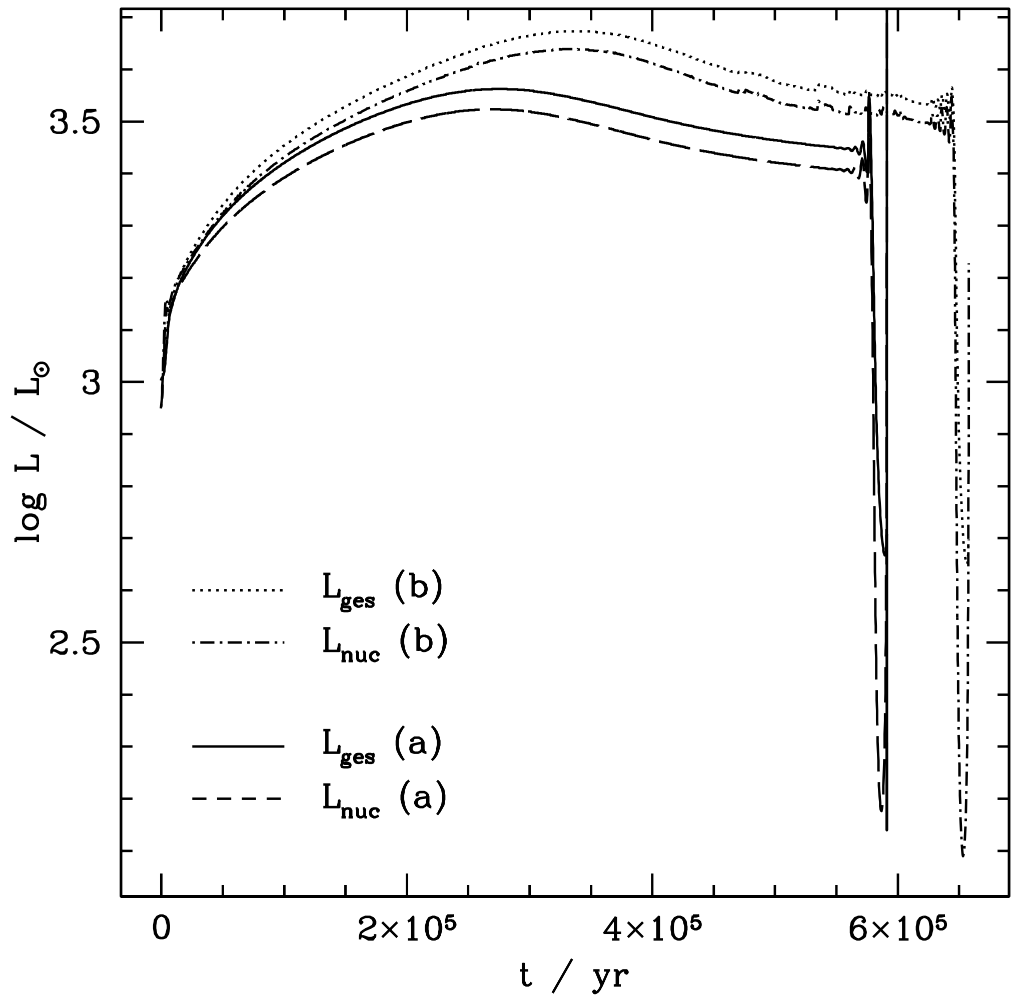

Abbildung 4.4: Vergleich der Sequenzen des Weißen Zwerges von $0.6 M_\odot$ mit einer Akkretionsrate von $2 \cdot 10^7\, M_\odot\, yr^{-1}$ bei Rechnung mit und ohne korrigierter Energieerzeugungsrate. Sequenz (a) wurde bereits mit der korrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet, Sequenz (b) noch mit der unkorrigierten. Dargestellt sind jeweils die nuklearen und Gesamtleuchtkräfte. Die maximale Differenz zwischen den Leuchtkräften bei $t \approx 3.5 \cdot 10^5$ Jahren beträgt 29%. In Sequenz (b) wächst die Masse des Sterns stetig durch Helium-Schalenbrennen auf $0.73\ M_\odot$, dann setzt ein Thermischer Puls ein – die Leuchtkräfte sinken um Größenordnungen und steigen dann wieder. In Sequenz (a) wächst der Stern nur auf $0.72\ M_\odot$, bevor ein Thermischer Puls einsetzt.

akkretierte Masse pro Zeitschritt maximal 10% der Masse beträgt, in die sie eingefügt werden kann.

Im Folgenden werden die Akkretionsrechnungen auf das Ausgangsmodell L4 (Tabelle 4.1) des Weißen Zwerges von 0.8 $M_\odot$ mit einer Leuchtkraft von log $L/L_\odot = 4.11$ beschrieben. Es wurde Helium mit konstanten Raten von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}, 10^{-6}, 8 \cdot 10^{-7}, 7 \cdot 10^{-7}, 5 \cdot 10^{-7}, 4 \cdot 10^{-7}$ und $1 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ akkretiert. Das Hertzsprung-Russell-Diagramm (Abbildung 4.5) gibt einen Überblick über die Entwicklungswege dieser Sequenzen. Im Ausgangsmodell L4 – durch einen roten Punkt markiert – wurde noch die unkorrigierte Energieerzeugungsrate verwendet, so dass die Leuchtkraft überschätzt wurde. Die Akkretionssequenzen wurden mit der korrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet. Daher sinkt die Leuchtkraft zu Anfang der Sequenzen, bevor sich auf der thermischen Zeitskala ein neues Gleichgewicht eingestellt hat. Für die weitere Entwicklung ist dieser Effekt jedoch nicht mehr relevant.
Bei den Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}, 8 \cdot 10^{-7}, 7 \cdot 10^{-7}, 5 \cdot 10^{-7}$ und $4 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ kann die Masse des Weißen Zwerges über einen langen Zeitraum durch stetiges Helium-Schalenbrennen anwachsen. Während dieser Phase sinkt die Masse der Heliumhülle (Abbildung 4.8). Wenn die Heliumhülle geometrisch zu dünn wird, wird das Helium-Schalenbrennen nach Gleichung (4.4) instabil und es entwickeln sich Thermische Pulse. Bei einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ sammelt sich das akkretierte Material in einer ausgedehnten Hülle um den Weißen Zwerg herum an, so dass der Radius auf 0.29 $R_\odot$ steigt. Der Stern stößt an sein Eddington-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Bei der kleinsten Akkretionsrate von $\dot{M} = 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ kommt es schon nach etwa $1.8 \cdot 10^4$ Jahren zu einem starken Flash, in dem sich die Hülle auf 0.16 $R_\odot$ ausdehnt und der Stern wieder an sein Eddington-Limit stößt. Auf Grund der langsamen Massenakkretion ist das Material auf dem Weißen Zwerg schwach entartet, so dass der Flash stärker ist als unter nicht-entarteten Bedingungen. – Als Maß für den Entartungsgrad der Materie dienen wieder die Ableitungen der Dichte nach Druck α (Gleichung 4.5) und Temperatur δ (Gleichung 4.6). In dieser Sequenz ist vor dem Einsetzen des Flashs $\delta = 0.9$, also ist die Materie leicht entartet. In Abbildung 4.6 ist die zeitliche Entwicklung der nuklearen und der Gesamtleuchtkraft dargestellt. Im Flash steigt die nukleare Leuchtkraft fast bis auf 10^7 $L_\odot$ an.

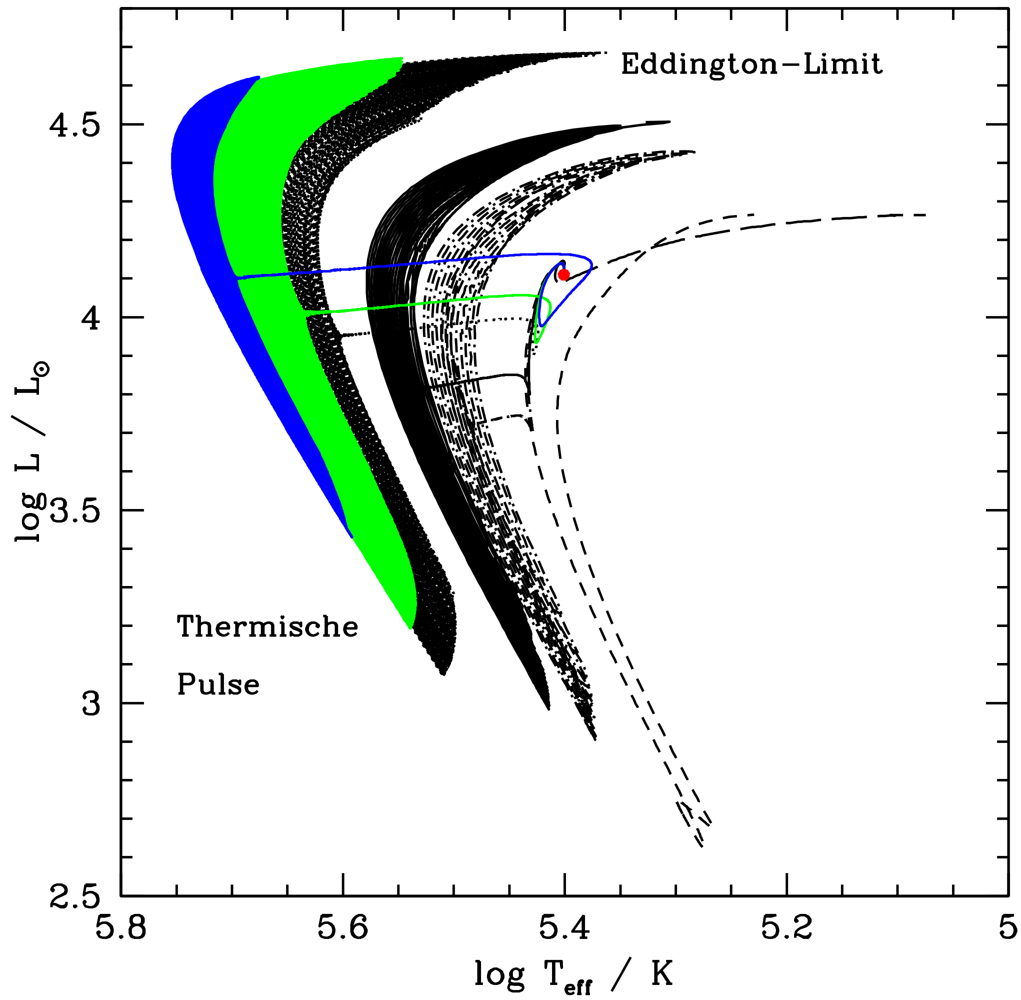

Abbildung 4.5: Entwicklungswege im HRD für verschiedene Helium-Akkretionsraten für einen C/O-Weißen-Zwerg von 0.8 M$_\odot$. Das Ausgangsmodell L4 ist durch einen roten Punkt gekennzeichnet. Von diesem Modell ausgehend sind Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}$ (lang-gestrichelt), 10^{-6} (blau), $8 \cdot 10^{-7}$ (grün), $7 \cdot 10^{-7}$ (gepunktet), $5 \cdot 10^{-7}$ (durchgezogen), $4 \cdot 10^{-7}$ (Punkt-kurzer Strich) und $1 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (kurz gestrichelt) gerechnet worden. Die Sequenzen mit den Akkretionsraten $\dot{M} = 10^{-6}$, $8 \cdot 10^{-7}$, $7 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-7}$ und $4 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ entwickeln nach einer Phase stetigen Helium-Schalenbrennens – während der bei fast konstanter Leuchtkraft die Temperatur steigt – Thermische Pulse, in denen sich Leuchtkraft und Temperatur um Größenordnungen ändern. In dieser Darstellung sind die Thermischen Pulse nicht einzeln zu erkennen.

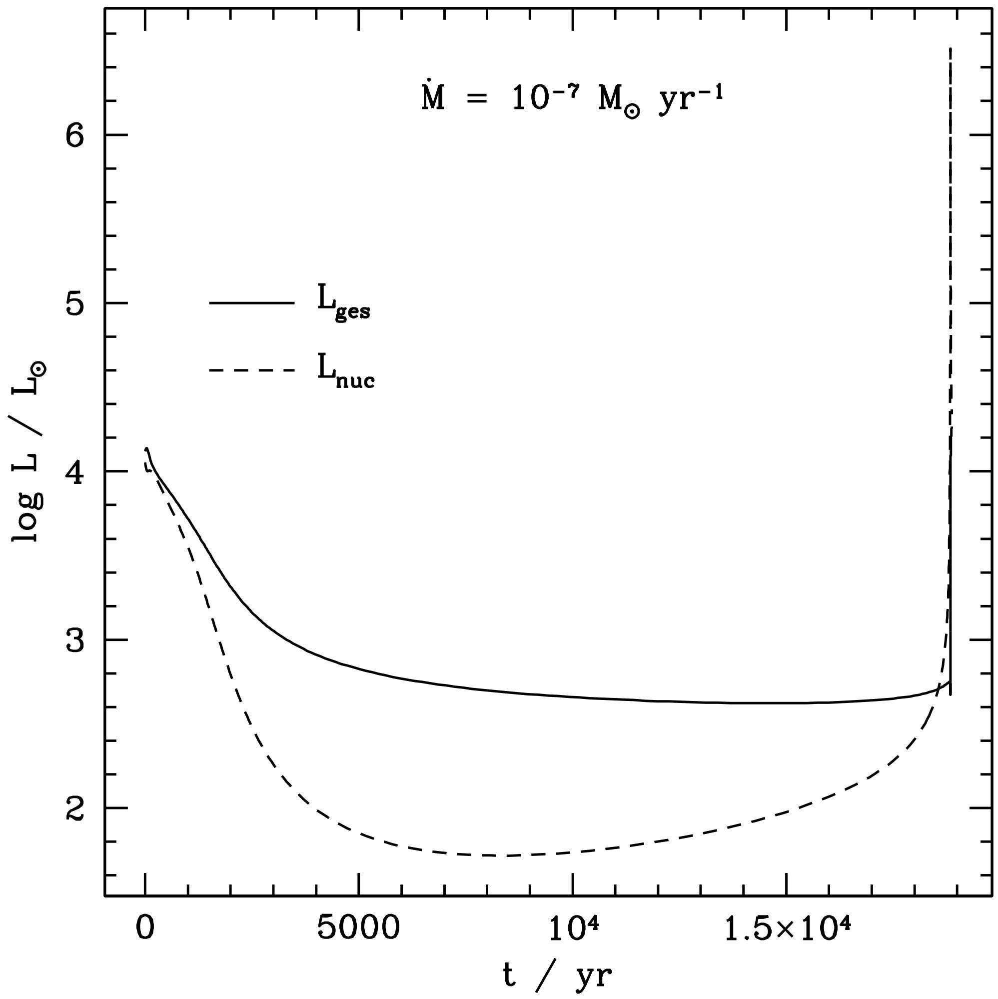

Abbildung 4.6: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L4. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Bei etwa 10^4 Jahren beginnt die nukleare Leuchtkraft wieder zu steigen – die Materie ist schwach entartet – und bei $1.8{\cdot}10^4$ Jahren kommt es zu einem Flash, in dem die nukleare Leuchtkraft bis auf $\log L/L_\odot \approx 6.6$ und der Sternradius auf 0.23 $R_\odot$ steigen. Der Stern stößt an sein EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen.

Die Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens

Tabelle 4.2 gibt einen Überblick der charakteristischen Größen der Sterne am Ende der stetigen Brennphase. – Das Ausgangsmodell L4 hat wie bereits erwähnt eine aktive Helium-Schalenquelle. In dieser wird Helium mit einer Rate von etwa $10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$ in Kohlenstoff und Sauerstoff umgewandelt. Es sollen insbesondere die Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $8 \cdot 10^{-7}$, $7 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-7}$ und $4 \cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ betrachtet werden, da bei diesen Werten die Akkretionsrate in etwa der Rate entspricht, mit der das Helium in der Schalenquelle zu Sauerstoff und Kohlenstoff verbrennt. Sternleuchtkraft und nukleare Leuchtkraft sind dann fast gleich groß (siehe Tabelle 4.2 und Abbildung 4.18, 4.20). Der Differenzbetrag wird durch die bei der Kontraktion freiwerdende Gravitationsenergie abgedeckt. Bei der Sequenz mit einer Akkretionsrate von $3 \cdot 10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$ ist die Akkretionsrate so groß, dass das akkretierte Helium nicht sofort vollständig verbrannt werden kann. Daher bildet sich eine ausgedehnte Hülle um den Weißen Zwerg. Bei Erreichen des EDDINGTON-Limits bricht die Rechnung ab. Tatsächlich würde sich jedoch vom Weißen Zwerg ausgehend ein Wind entwickeln, der so lange Material fortträgt, bis die Leuchtkraft die kritische Grenze wieder unterschreitet (Hashisu et al., 1996). – Der Weiße Zwerg würde dann seine Masse durch stetiges Heliumbrennen vergrößern können. – Dieser Fall soll jedoch im Weiteren nicht betrachtet werden.

Bei den anderen Sequenzen ergibt sich folgendes Bild: Je größer die Akkretionsrate ist, desto länger dauert die Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens (Spalte 2) und desto mehr Masse kann der Weiße Zwerg während dieser Phase ansammeln. Beispielsweise vergrößert sich die Masse des Weißen Zwerges bei Helium-Akkretion mit einer Rate von $10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$ in $2 \cdot 10^5$ Jahren um mehr als 0.2 $M_\odot$. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist auch die mittlere nukleare Leuchtkraft (Spalte 5) über die gesamte Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens und desto größer sind dann auch Leuchtkraft (Spalte 4) und Effektivtemperatur (Spalte 10) am Ende dieser Phase. Durch die größere Masse, die angesammelt wurde, sind bei großen Akkretionsraten auch die Zentraldichten (Spalte 7) und das Temperaturmaximum (Spalte 11) im C/O-Kern größer als bei kleineren Raten. Bei einer größeren Weißen-Zwerg-Masse ist der Kernradius (Spalte 8) kleiner als bei kleineren Kernmassen. Allerdings ist die Masse-Radius-Relation für Weiße Zwerge $R \sim M^{-1/3}$ nicht genau erfüllt. Vielmehr zeichnet sich in Abbildung 4.7 eine zusätzliche Abhängigkeit von der Akkretionsrate ab. Zu Beginn der Sequenzen dehnt sich der Kernradius über den Radius des Ausgangsmodells hinaus aus. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist die anfängliche Ausdehnung. Bei diesen Sternen handelt es sich jedoch eigentlich nicht um Weiße Zwerge, da sie noch eine aktive Schalen-

$\dot{M}/M_\odot\,yr^{-1}$	Δ t/yr	M/M$_\odot$	logL/L$_\odot$	log $\bar{L}_{\rm nuc}$/L$_\odot$	$M_{He}/M_\odot$
1	2	3	4	5	6
$3{\cdot}10^{-6}$	$>3.606{\cdot}10^3$	>0.8108	4.265	4.169	$1.69 \cdot 10^{-2}$
$1{\cdot}10^{-6}$	$2.154{\cdot}10^5$	1.0154	4.102	4.052	$1.58 \cdot 10^{-3}$
$8{\cdot}10^{-7}$	$1.957{\cdot}10^5$	0.9584	4.093	3.907	$2.45 \cdot 10^{-3}$
$7{\cdot}10^{-7}$	$1.609{\cdot}10^5$	0.9126	3.953	3.901	$3.34 \cdot 10^{-3}$
$5{\cdot}10^{-7}$	$1.035{\cdot}10^5$	0.8518	3.819	3.761	$5.50 \cdot 10^{-3}$
$4{\cdot}10^{-7}$	$6.889{\cdot}10^4$	0.8276	3.237	3.668	$7.46 \cdot 10^{-3}$
$1{\cdot}10^{-7}$	$1.886{\cdot}10^4$	0.8019	2.740	2.765	$1.20 \cdot 10^{-2}$

ρ_c/g cm^{-3}	$R_{C/O}/10^8$cm	$T_c/10^8$K	T_{eff}/K	$T_{max}/10^8$K	$\rightarrow M_r/M_\odot$
7	8	9	10	11	12
$6.03{\cdot}10^6$	<10.23	1.530	118 753	3.36	0.57270
$3.07{\cdot}10^7$	7.05	1.175	496 002	3.48	0.94645
$2.07{\cdot}10^7$	7.19	1.132	446 860	3.30	0.84370
$1.54{\cdot}10^7$	7.45	1.118	394 407	3.21	0.80939
$1.02{\cdot}10^7$	8.14	1.142	335 704	3.09	0.71348
$8.51{\cdot}10^6$	8.25	1.200	255 789	3.11	0.66498
$6.60{\cdot}10^6$	8.48	1.402	196 871	3.28	0.59396

Tabelle 4.2: Charakteristische Größen der Modelle am Ende der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens für das Ausgangsmodell L4. Spalte 1: Akkretionsrate, Spalte 2: Zeitspanne des stetigen Brennens, Spalte 3: Sternmasse, Spalte 4: Sternleuchtkraft, Spalte 5: mittlere nukleare Leuchtkraft während der Phase des stetigen Brennens, Spalte 6: Helium-Hüllenmasse, Spalte 7: Dichte im Zentrum des Sterns, Spalte 8: Radius des C/O-Kerns, Spalte 9: Temperatur im Zentrum, Spalte 10: Effektivtemperatur, Spalte 11: Temperaturmaximum im Stern, Spalte 12: Lagrange-Massenkoordinate beim Temperaturmaximum

quelle haben, in der mit einer von der Akkretionsrate abhängigen Rate Helium verbrannt wird. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist der Betrag, um den die Kernmasse in einer bestimmten Zeitspanne anwachsen kann.

Die Masse der Heliumhülle sinkt während der Phase des stetigen Brennens (Abbildung 4.8) – es wird also mehr Material verbrannt, als akkretiert wird. Der Versuch, die Helium-Hüllendicke konstant zu halten, indem mehr Material akkretiert wird – also eine höhere konstante Akkretionsrate gewählt wird – scheitert. Der Effekt der Abnahme der Helium-Hüllendicke tritt bei allen in Abbildung 4.8 dargestellten Sequenzen auf. Neuere Rechnungen (Deutschmann, 1998) zeigen, dass die Massenüberstromrate in Doppelsternsystemen, bestehend aus Hauptreihenstern und Weißem Zwerg, keineswegs zeitlich konstant, sondern variabel ist. Es ist zu überlegen, ob man bei Akkretion mit einer

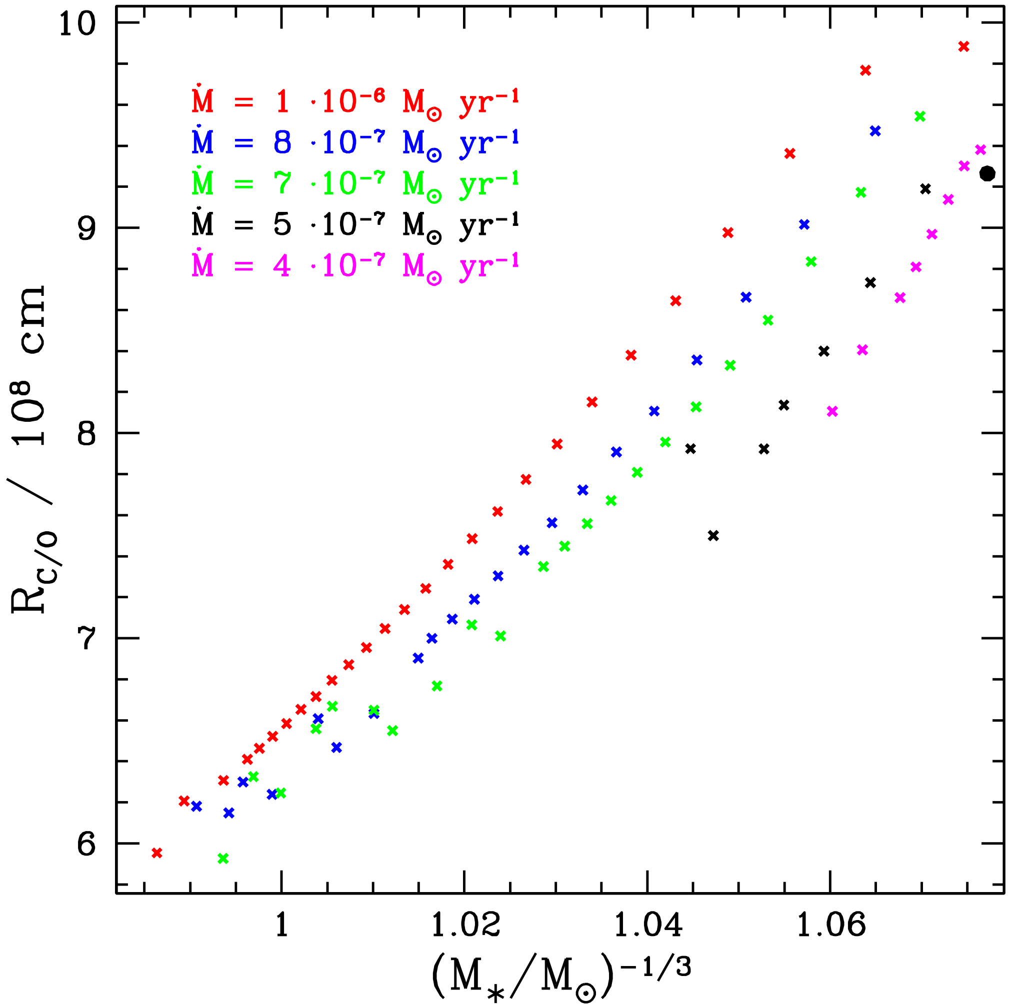

Abbildung 4.7: Masse-Radius-Beziehung für verschiedene Akkretionsraten vom Modell L4 ausgehend. Dargestellt ist der Kernradius $R_{C/O}$ über der Sternmasse $M_*^{-1/3}$. Das Ausgangsmodell ist durch einen schwarzen Punkt gekennzeichnet. Zu Beginn der Sequenzen steigen die Kernradien über den Radius des Ausgangsmodells hinaus. Je größer die Akkretionsrate ist, desto größer ist die anfängliche Ausdehnung. Wenn die Masse-Radius-Beziehung für Weiße Zwerge $R_{C/O} \sim M_*^{-1/3}$ exakt gelten würde, sollte man eine Gerade erwarten. Man erkennt jedoch eine zusätzliche Abhängigkeit von der Akkretionsrate.

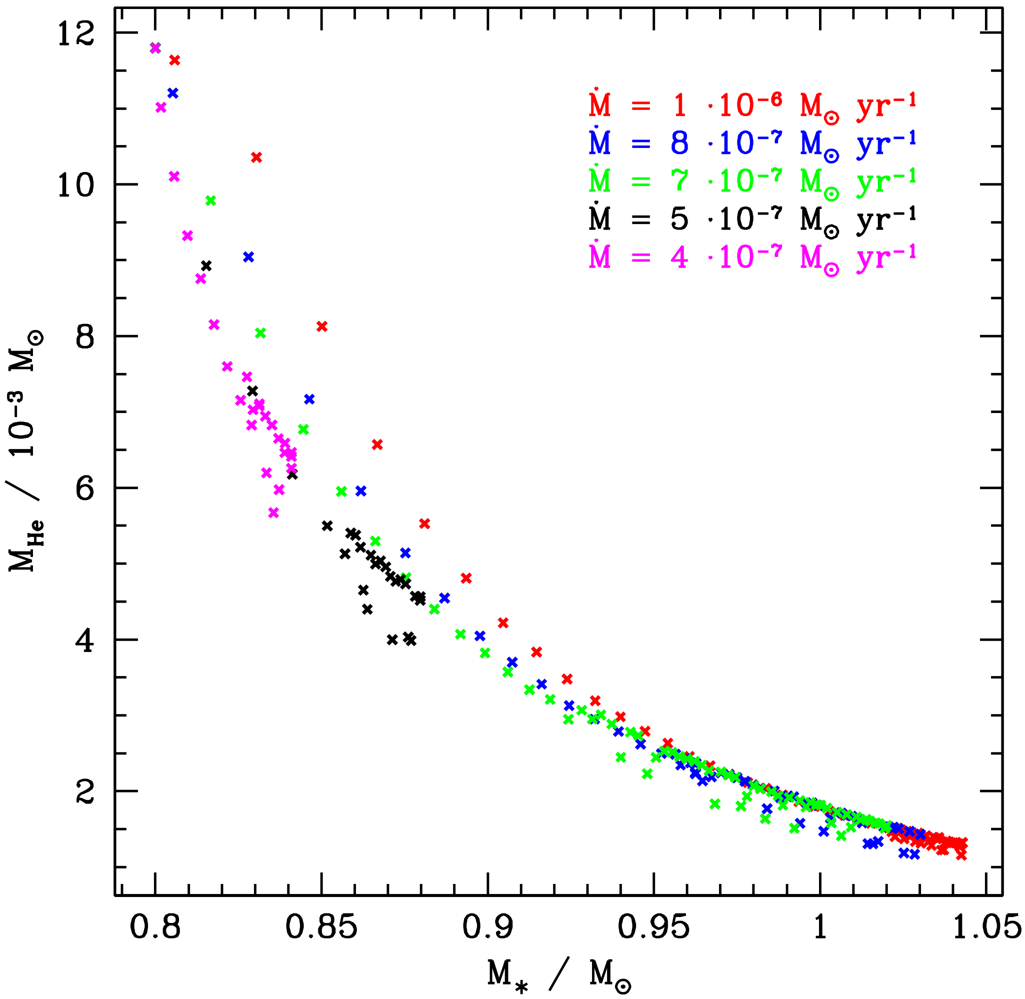

Abbildung 4.8: Helium-Hüllenmasse als Funktion der Sternmasse für das Ausgangsmodell L4 für Rechnungen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $8 \cdot 10^{-7}$, $7 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-7}$ und $4 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$. Die Helium-Hüllendicke sinkt bei allen Sequenzen durch die Phase des stetigen Brennens hindurch. Während der Thermischen Pulse variiert die Hüllendicke.

zeitlich variablen Rate, den Effekt der Abnahme der Helium-Hüllendicke kompensieren könnte, so dass die Masse der Schalenquelle nahezu konstant bleibt.

Im folgenden Abschnitt werden die Akkretionsrechnungen auf das Ausgangsmodell L3 (Tabelle 4.1) des Weißen Zwerges von 0.8 $M_\odot$ mit einer Leuchtkraft von log L/L$\odot$ = 2.948 beschrieben. Die nukleare Leuchtkraft durch das Helium-Schalenbrennen beträgt nur noch log $L_{\rm nuc}/L_\odot = 1.963$. Es wurde Helium mit konstanten Raten von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}, 10^{-6}, 7 \cdot 10^{-7}, 5 \cdot 10^{-7}$ und $1 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ akkretiert. Das Hertzsprung-Russell-Diagramm (Abbildung 4.9) gibt einen Überblick der Entwicklungswege dieser Sequenzen. Das Ausgangsmodell L3 ist wieder durch einen roten Punkt markiert. Qualitativ ist das Verhalten der Sequenzen ähnlich dem der Akkretion auf das heißere Ausgangsmodell L4.

Bei der größten Akkretionsrate $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ bildet sich eine ausgedehnte Hülle um den Weißen Zwerg, der nach $4{\cdot}10^4$ Jahren an das Eddington-Limit stößt. Bei der kleinsten Akkretionsrate $\dot{M} = 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ setzt ein Flash ein, der auf Grund der Entartung der Materie so stark ist, dass der Stern im Flash sein Eddington-Limit erreicht. Bei den anderen Akkretionsraten setzten nach einer Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens Thermische Pulse ein und die Rechnungen werden abgebrochen, wenn die Leuchtkraft während der Thermischen Pulse das Eddington-Limit überschreitet.

Im Gegensatz zu den Rechnungen, die vom Startmodell L4 ausgingen, tritt bei diesen Sequenzen am Anfang ein Flash auf. Auf Grund der kleineren Leuchtkraft und des größeren Alters des Ausgangsmodells L3 ist das Material in der Schalenquelle schon leicht entartet ($\delta = 0.9$), wenn die Akkretion beginnt. Wird nun mit großen Raten Masse auf den Weißen Zwerg akkretiert, so erhitzt sich das Material in der Schalenquelle und es kommt auf Grund der Entartung zu einem explosiven Zünden des akkretierten Heliums. Die nukleare Leuchtkraft steigt bis auf 10^6 $L_\odot$. Durch die plötzliche Energiefreisetzung steigt auch die Temperatur, die Hülle expandiert und die leichte Entartung wird aufgehoben. Danach gehen die Sterne in eine Phase stetigen Helium-Schalenbrennens über. Wenn die Schalenquelle geometrisch dünn wird, setzen die Thermischen Pulse ein.

Diese Anfangsinstabilität auf Grund der leichten Entartung des Materials tritt bei allen Sequenzen mit Ausnahme der $\dot{M} = 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz auf. Dort kommt es durch die langsame Akkretion zu keiner ausreichenden Erhitzung des Materials in der Schalenquelle. Der Entartungsgrad der Materie steigt ($\alpha = 0.9$ und $\delta = 0.8$) und es entwickelt sich auf Grund der Entartung nach $1.7{\cdot}10^4$ Jahren ein Flash, in dem die nukleare Leuchtkraft bis auf log $L_{\rm nuc}/L_\odot \approx 6.6$ steigt. Während des Flashs stößt der Weiße Zwerg an sein Eddington-Limit und die Rechnung wird abgebrochen.

In Tabelle 4.3 sind charakteristische Größen der Modelle am Ende der Phase des stetigen Brennens aufgelistet. Das Verhalten der Sequenzen während dieser Phase unterscheidet sich kaum von den entsprechenden Sequenzen bei

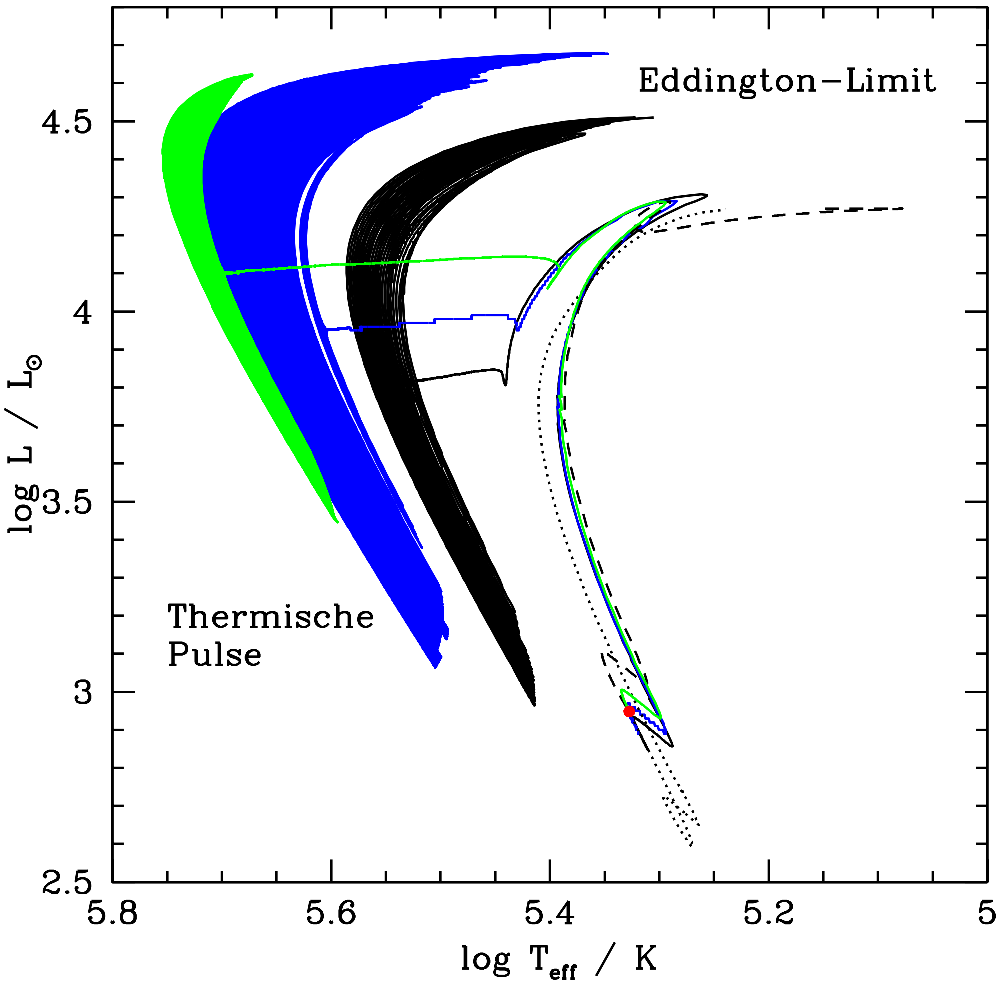

Abbildung 4.9: Entwicklungswege im HRD für verschiedene Helium-Akkretionsraten für einen C/O-Weißen-Zwerg von 0.8 M$_\odot$. Das Ausgangsmodell L3 ist durch einen roten Punkt gekennzeichnet. Von diesem Modell ausgehend sind Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}$ (lang-gestrichelt), 10^{-6} (grün), $7 \cdot 10^{-7}$ (blau), $5 \cdot 10^{-7}$ (durchgezogen schwarz) und $1 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (gepunktet) gerechnet worden. Die Sequenzen mit den Akkretionsraten $\dot{M} = 10^{-6}$, $7 \cdot 10^{-7}$ und $5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ entwickeln nach einer Phase stetigen Helium-Schalenbrennens – während der bei fast konstanter Leuchtkraft die Temperatur steigt – Thermische Pulse, in denen sich Leuchtkraft und Temperatur um Größenordnungen ändern. In dieser Darstellung sind die Thermischen Pulse nicht einzeln zu erkennen. Zu Beginn der Sequenzen findet ein Flash unter leicht entarteten Bedingungen statt, in dem die Leuchtkraft um mehr als eine Größenordnung ansteigt.

$\dot{M}/M_\odot\,yr^{-1}$	Δ t/yr	M/M$_\odot$	logL/L$_\odot$	log $\bar{L}_{\rm nuc}$/L$_\odot$	M$_{\rm He}$/M$_\odot$
1	2	3	4	5	6
$3{\cdot}10^{-6}$	$>3.927{\cdot}10^4$	>0.811781	4.270	4.172	$1.66\cdot10^{-2}$
$1{\cdot}10^{-6}$	$2.194{\cdot}10^5$	1.019433	4.112	4.050	$1.52\cdot10^{-3}$
$7{\cdot}10^{-7}$	$1.732{\cdot}10^5$	0.921233	3.956	3.898	$1.30\cdot10^{-3}$
$5{\cdot}10^{-7}$	$1.104{\cdot}10^5$	0.855183	3.720	3.756	$5.21\cdot10^{-3}$
$1{\cdot}10^{-7}$	$1.700{\cdot}10^4$	0.801795	2.709	2.075	$1.12\cdot10^{-2}$

ρ_c/g cm^{-3}	R$_{\rm C/O}$/10^{8}cm	T$_c$/10^{8}K	T$_{\rm eff}$/K	T$_{\rm max}$/10^{8}K	$\to$ M$_r$/M$_\odot$
7	8	9	10	11	12
$6.17{\cdot}10^6$	<10.18	1.494	141 364	3.34	0.58026
$3.17{\cdot}10^7$	6.31	1.186	501 543	3.48	0.95366
$1.64{\cdot}10^7$	5.93	1.110	403 217	3.19	0.82460
$1.06{\cdot}10^7$	8.03	1.172	331 080	3.06	0.72285
$6.66{\cdot}10^6$	8.51	1.385	194 044	3.26	0.59397

Tabelle 4.3: Charakteristische Größen der Modelle am Ende der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens für das Ausgangsmodell L3. Spalte 1: Akkretionsrate, Spalte 2: Zeitspanne des stetigen Brennens, Spalte 3: Sternmasse, Spalte 4: Sternleuchtkraft, Spalte 5: mittlere nukleare Leuchtkraft während der Phase des stetigen Brennens, Spalte 6: Helium-Hüllenmasse, Spalte 7: Dichte im Zentrum des Sterns, Spalte 8: Radius des C/O-Kerns, Spalte 9: Temperatur im Zentrum, Spalte 10: Effektivtemperatur, Spalte 11: Temperaturmaximum im Stern, Spalte 12: Lagrange-Massenkoordinate beim Temperaturmaximum

Akkretion auf das heißere Ausgangsmodell L4 (Abschnitt 4.2.2). Man erkennt ebenso wie aus Abbildung 4.9, dass die mittlere Leuchtkraft während des stetigen Schalenbrennens um so größer ist, je größer die Raten sind, mit denen Helium akkretiert wird. Nach dem Flash am Anfang der Sequenzen auf Grund der leichten Entartung der Materie, stellt sich wieder ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein, dass offensichtlich von der Akkretionsrate abhängt. Bei annähernd der gleichen mittleren Leuchtkraft findet das Helium-Schalenbrennen über den gleichen Zeitraum wie vom Startmodell L4 ausgehend statt und auch die während dieser Phase akkretierte Masse ist etwa gleich.

Je höher die Akkretionsrate ist, desto größer sind wieder Effektivtemperatur, Zentraldichte und das Temperaturmaximum im Stern am Ende der Phase des stetigen Brennens. Da das Ausgangsmodell L3 ein höheres Alter als L4 hat, ist die Entartung im C/O-Kern des Modells auch größer. Die Zentraldichte ist mit $6.06{\cdot}10^6$ g cm^{-3} um etwa 3% höher als in L4. Im weniger entarteten Ausgangsmodell L4 ist das Temperaturmaximum im C/O-Kern größer und liegt etwas

weiter im Sterninneren als bei L3. Die größere Entartung des Ausgangsmodells L3 spiegelt sich auch in den Modellen am Ende der stetigen Brennphase wieder. Bei den Sequenzen, die vom Modell L3 aus gerechnet worden sind, sind die Zentraldichten in den Modellen am Ende des stetigen Schalenbrennens um bis zu 7% höher. Die Temperaturmaxima im C/O-Kern sind geringer. Bei einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ beträgt das Temperaturmaximum im Modell am Ende des stetigen Brennens $\mathrm{T_{max}} \approx 3.06{\cdot}10^{8}$ K und liegt im Stern bei einer LAGRANGEN-Massenkoordinate von 0.723 $\mathrm{M}_{\odot}$, während es bei derselben Akkretionsrate, jedoch vom Ausgangsmodell L4 aus gerechnet, bei einer LAGRANGEN-Massenkoordinate von 0.713 $\mathrm{M}_{\odot}$ weiter im Sterninneren liegt und mit $\mathrm{T_{max}} \approx 3.09{\cdot}10^{8}$ K um 1% höher ist.
Der Kernradius ist bei höheren Massen wieder kleiner, doch auch hier zeigt sich in der Kernmasse-Radius-Relation eine zusätzliche Abhängigkeit von der Akkretionsrate. Auch die Masse der Heliumhülle sinkt mit steigender Kernmasse, d.h. es wird wiederum mehr Helium verbrannt, als akkretiert wird. Die Helium-Hüllenmasse im Ausgangsmodell L3 ist mit $\mathrm{M_{He}} \approx 1.07 \cdot 10^{-2}\, M_{\odot}$ etwas geringer als im Ausgangsmodell L4, in dem $\mathrm{M_{He}} \approx 1.18 \cdot 10^{-2}\, M_{\odot}$ war (Tabelle 4.1). In Abbildung 4.10 ist die Abnahme der Hüllenmasse mit steigender Kernmasse für die Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $7 \cdot 10^{-7}$ und $5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ zu sehen. Je höher die Akkretionsrate ist, desto kleiner ist wieder die Helium-Hüllenmasse, die am Ende des stetigen Brennens und am Ende der Thermischen-Puls-Phase auf dem Weißen Zwerg verblieben ist. In den Thermischen Pulsen variiert die Hüllenmasse in Abhängigkeit von der Stärke der Thermischen Pulse um bis zu $10^{4}\, M_{\odot}$.

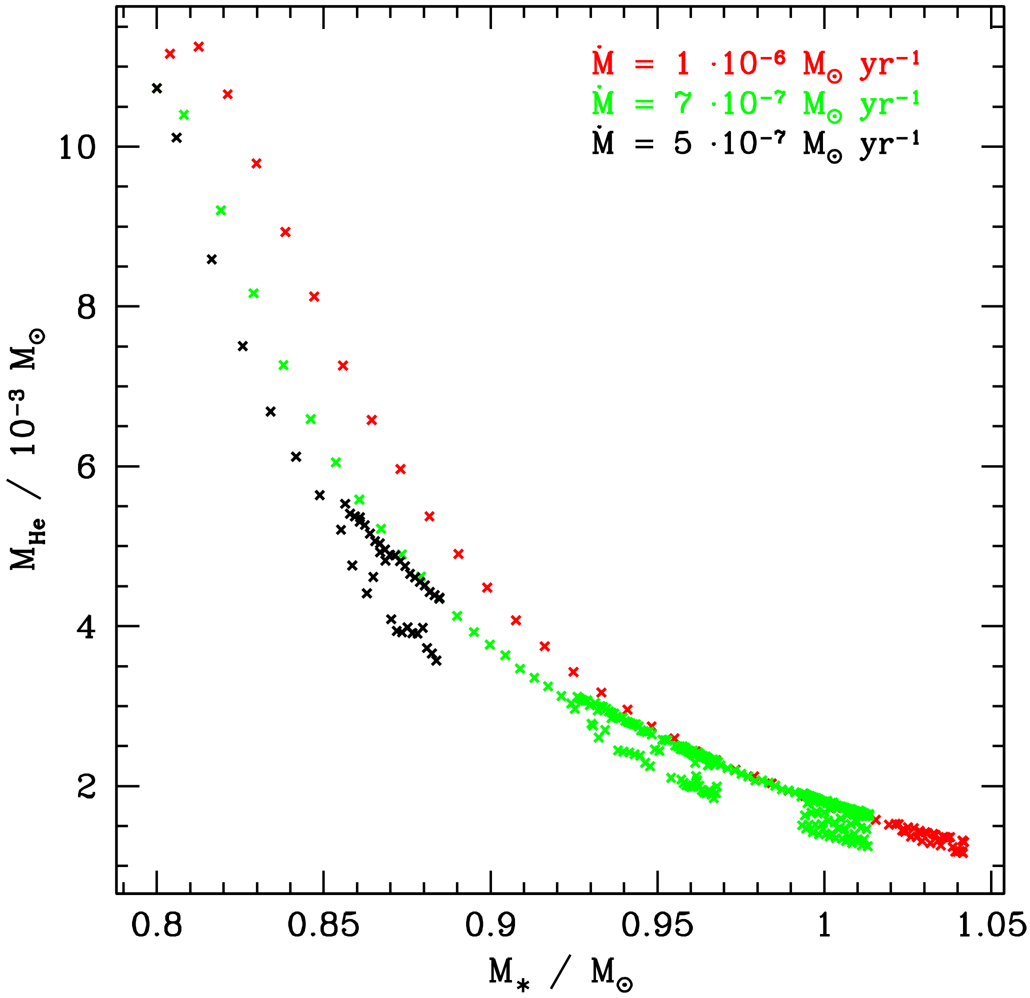

Abbildung 4.10: Helium-Hüllenmasse als Funktion der Sternmasse für das Ausgangsmodell L3 für Rechnungen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $7 \cdot 10^{-7}$ und $5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$. Die Helium-Hüllendicke sinkt bei allen Sequenzen durch die Phase des stetigen Brennens hindurch. In der Thermischen-Puls-Phase variiert die Hüllendicke in Abhängigkeit von der Akkretionsrate um bis zu $10^{-4}\, M_\odot$.

4.2.3 Helium-Akkretion auf einen Weißen Zwerg mit 1.0 $M_\odot$

Vom Ausgangsmodell des Weißen Zwerges mit 1.0 $M_\odot$ (M1 in Tabelle 4.1) ist mit einer Rate von $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ Helium akkretiert worden. Über eine Zeitspanne von $1.7 \cdot 10^5$ Jahren wächst die Masse des Sterns durch stetiges Helium-Schalenbrennen auf 1.34 $M_\odot$. In Abbildung 4.11 ist die zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft und in Abbildung 4.12 der Entwicklungsweg im HRD zu sehen. Nachdem sich auf der thermischen Zeitskala von $2 \cdot 10^4$ Jahren ein neues Gleichgewicht eingestellt hat, wächst die Masse des Sterns durch das stetige Helium-Schalenbrennen an. Die Masse der Helium-Hülle sinkt von den anfänglichen $5 \cdot 10^{-2}$ auf $5 \cdot 10^{-5}\, M_\odot$. Je kleiner die Hüllenmasse wird, desto kleiner wird auf Grund der Änderung der Heliumhäufigkeit auch der Zeitschritt, mit dem das Sternentwicklungsprogramm rechnen kann. Der Zeitschritt sinkt bis auf 0.1 Jahre. Hier wurden die Rechnungen abgebrochen, da eine weitere signifikante Zunahme der Sternmasse nur mit sehr viel Rechenzeit verbunden wäre. Theoretische würde die Masse des C/O-Kerns weiterhin anwachsen können. Mit zunehmender Masse würde der Radius des Weißen Zwerges noch kleiner werden. In Tabelle 4.4 sind charakteristische Größen des Modells am Ende der Rechnung aufgelistet. Auf Grund der großen Masse ist der Kernradius viel kleiner als bei den anderen Sequenzen. Die Zentraldichte ist bis auf $\log\left(\rho\,(g\, cm^{-3})\right) \approx 9$ gestiegen. Bei diesen Dichten ist der Kern schon teilweise relativistisch entartet.

$\dot{M}/M_\odot\, yr^{-1}$	Δ t/yr	$M/M_\odot$	$\log L/L_\odot$	$\log \bar{L}_{nuc}/L_\odot$	$M_{He}/M_\odot$
1	2	3	4	5	6
$2 \cdot 10^{-6}$	$>1.717 \cdot 10^5$	>1.3435	4.403	4.365	$4.85 \cdot 10^{-5}$

$\rho_c/\mathrm{g\,cm^{-3}}$	$R_{C/O}/10^8$cm	$T_c/10^8$K	T_{eff}/K	$T_{max}/10^8$K	$\rightarrow M_r/M_\odot$
7	8	9	10	11	12
$1.07 \cdot 10^9$	<2.57	2.349	1 093 882	5.09	1.3359

Tabelle 4.4: Charakteristische Größen am Ende der Rechnung mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ in der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens für das Ausgangsmodell des Weißen Zwerges von 1 $M_\odot$. Spalte 1: Akkretionsrate, Spalte 2: Zeitspanne im stetigen Brennen, Spalte 3: Sternmasse, Spalte 4: Sternleuchtkraft, Spalte 5: mittlere nukleare Leuchtkraft während der Phase des stetigen Brennens, Spalte 6: Helium-Hüllenmasse, Spalte 7: Dichte im Zentrum des Sterns, Spalte 8: Radius des C/O-Kerns, Spalte 9: Temperatur im Zentrum, Spalte 10: Effektivtemperatur, Spalte 11: Temperaturmaximum im Stern, Spalte 12: LAGRANGE-Massenkoordinate beim Temperaturmaximum

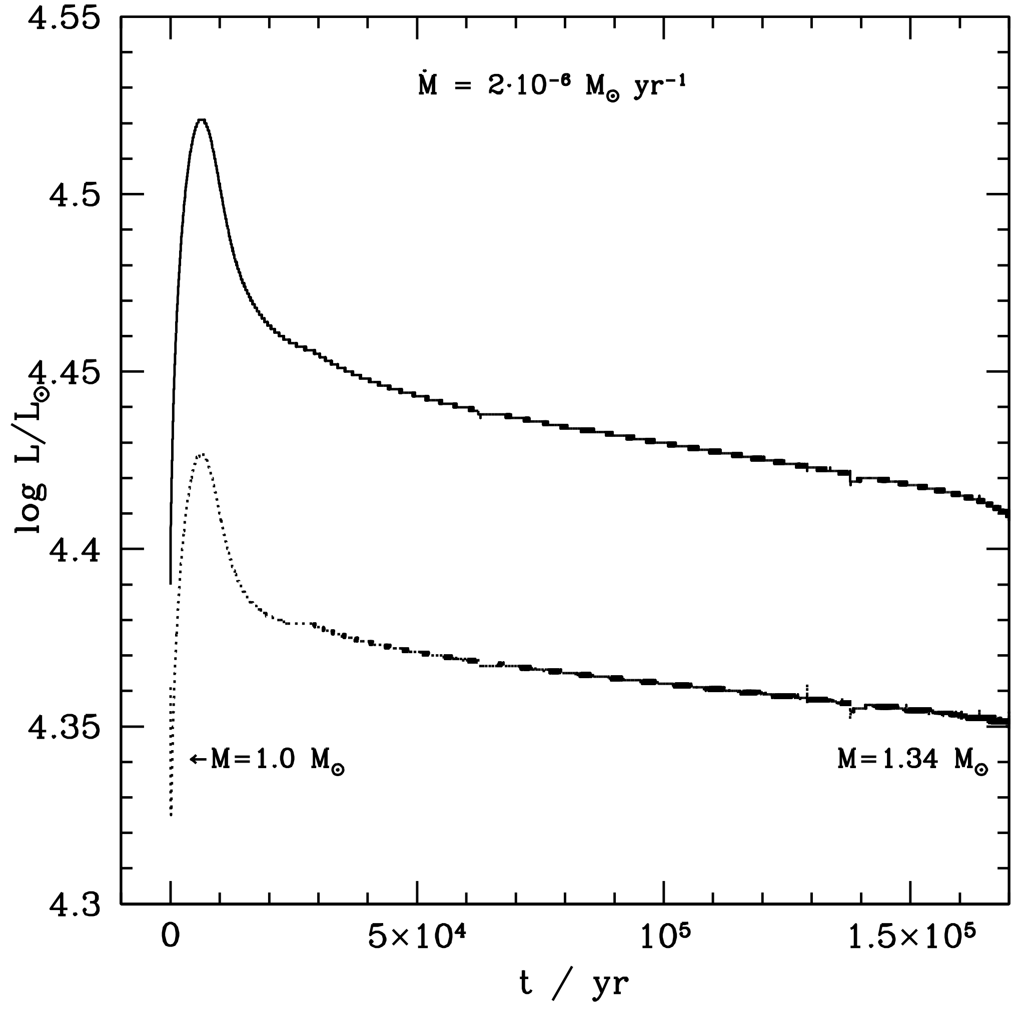

Abbildung 4.11: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell des Weißen Zwerges von 1.0 $M_\odot$. Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gepunktet) sinken während des Schalenbrennens leicht. Nach $1.7 \cdot 10^5$ Jahren ist die Sternmasse von 1.0 auf 1.34 $M_\odot$ angewachsen. Die Rechnung wird auf Grund des sehr kleinen Zeitschritts $\Delta t = 0.1$ Jahre abgebrochen.

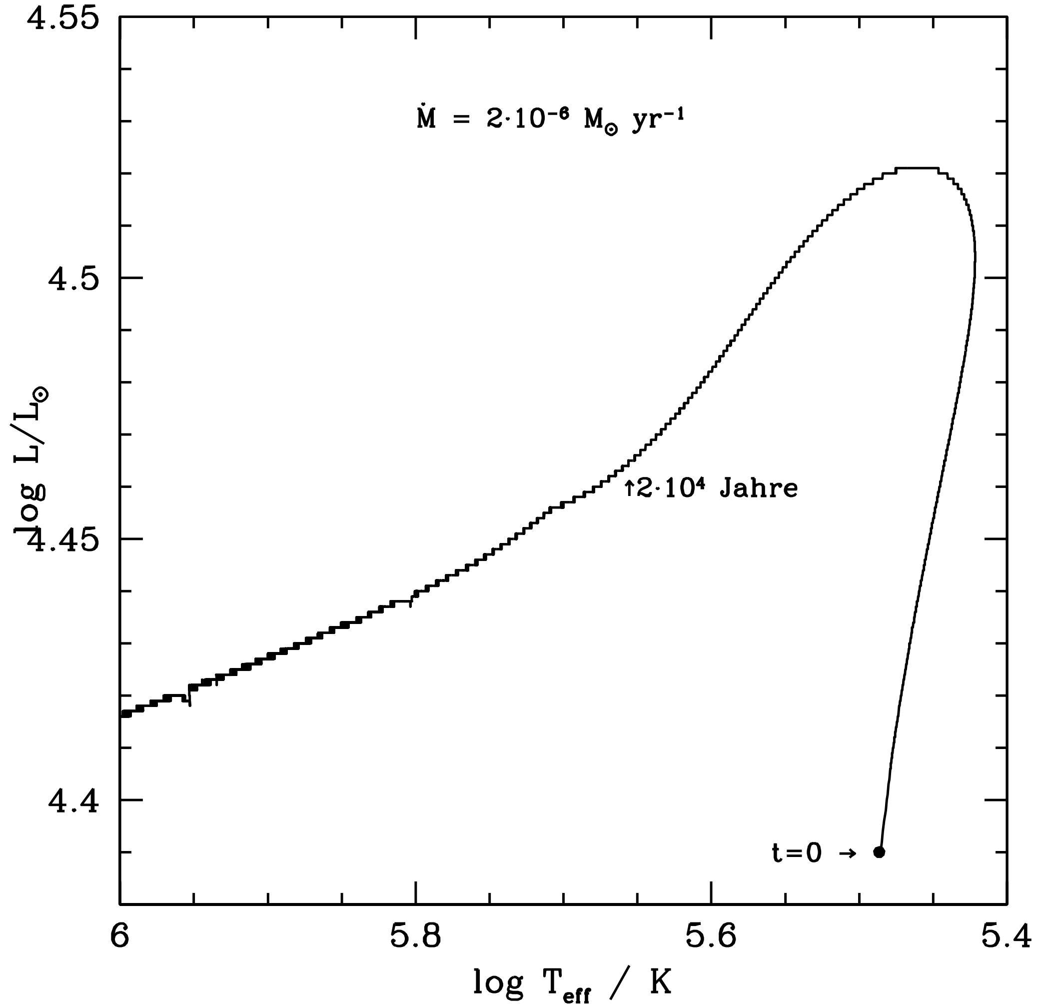

Abbildung 4.12: Entwicklungsweg im HRD für die Akkretionssequenz mit $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell des Weißen Zwerges von 1.0 $M_\odot$. Das Ausgangsmodell ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Der große Anstieg der Leuchtkraft zu Anfang der Sequenz findet in der thermischen Zeitskala von $2{\cdot}10^4$ Jahren statt. Nachdem der Stern ein neues Gleichgewicht gefunden hat, sinkt die Leuchtkraft in der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens leicht.

4.2.4 Verhalten von Zentraldichte und Zentraltemperatur

Da das Alter und damit der Entartungsgrad der Anfangsmodelle offensichtlich Einfluss auf das Verhalten des Sterns während der Akkretionsphase haben, sollen hier die Änderungen der Zentraldichten und Zentraltemperaturen während der Akkretion untersucht werden. Zum Vergleich ist in Abbildung 4.13 die Entwicklung der Zentraldichte und Zentraltemperatur für Weiße Zwerge von 0.6, 0.8 und 1.0 $M_{\odot}$ dargestellt, die keine Masse akkretieren. Die Entwicklungswege dieser Modelle sind bereits in Kapitel 3 besprochen worden. Zu Beginn der Entwicklung haben alle Modelle noch eine brennende Helium-Schalenquelle über dem entarteten C/O-Kern. Noch während die Helium-Schalenquelle langsam erlischt, steigt die Zentraldichte der Sterne und die Entartung nimmt zu. Wenn das Schalenbrennen vollständig aus ist, steht dem Weißen Zwerg keine nukleare Energiequelle mehr zur Verfügung und er kühlt auf seiner thermischen Zeitskala ab. Die Zentraltemperatur sinkt um mehrere Größenordnungen und die Entartung im C/O-Kern nimmt zu. Letztendlich werden Bedingungen erreicht, bei denen der Weiße Zwerg zu kristallisieren beginnt. In Weißen Zwergen ist die Zentraltemperatur T_c nach

$$T_c \propto \left(\frac{L}{M}\right)^{2/7} \tag{4.9}$$

von Masse und Leuchtkraft abhängig (Wischnewski, 1993). Je größer die Masse der Weißen Zwerge ist, desto kleiner ist bei gegebener Leuchtkraft ihre Zentraltemperatur. Bei einer festen Masse sinkt die Zentraltemperatur, wenn die Leuchtkraft sinkt. Je größer die Sternmasse ist, desto größer ist der Druck im Sterninneren und damit auch die Zentraldichte. Für die Dichte gilt allgemein der Zusammenhang

$$\rho \propto \frac{M}{R^3} \quad . \tag{4.10}$$

Da für Weiße Zwerge die Masse-Radius-Beziehung $R \propto M^{-1/3}$ gilt, erhält man durch Einsetzen in Gleichung (4.10)

$$\rho_c \propto M^2 \tag{4.11}$$

eine quadratische Abhängigkeit der Zentraldichte von der Sternmasse.
In Abbildung 4.14 ist die Zentraltemperatur über der Zentraldichte für akkretierende Weiße Zwerge dargestellt. Die kurz-gestrichelte Kurve entspricht der Sequenz, die vom Startmodell M6 des Weißen Zwerges von 0.6 $M_{\odot}$ mit einer Akkretionsrate von $4{\cdot}10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ gerechnet wurde, die gepunktete Kurve entstand aus der Sequenz, die vom Startmodell L4 des Weißen Zwerges von 0.8 $M_{\odot}$ mit einer Akkretionsrate von $10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ gerechnet wurde und

die durchgezogene Kurve zeigt die Entwicklung bei einer Akkretionsrate von $2{\cdot}10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ vom Modell M1 des Weißen Zwerges von 1 $\mathrm{M}_\odot$ ausgehend.

Durch die Massenakkretion wird immer neues Material in die Schalenquelle nachgeliefert, so dass diese fortwährend Helium in Kohlenstoff und Sauerstoff umwandeln kann. Damit wächst die Masse des C/O-Kerns immer weiter an. Je größer die Masse wird, desto höher wird der Druck im Stern und da bei Ent-

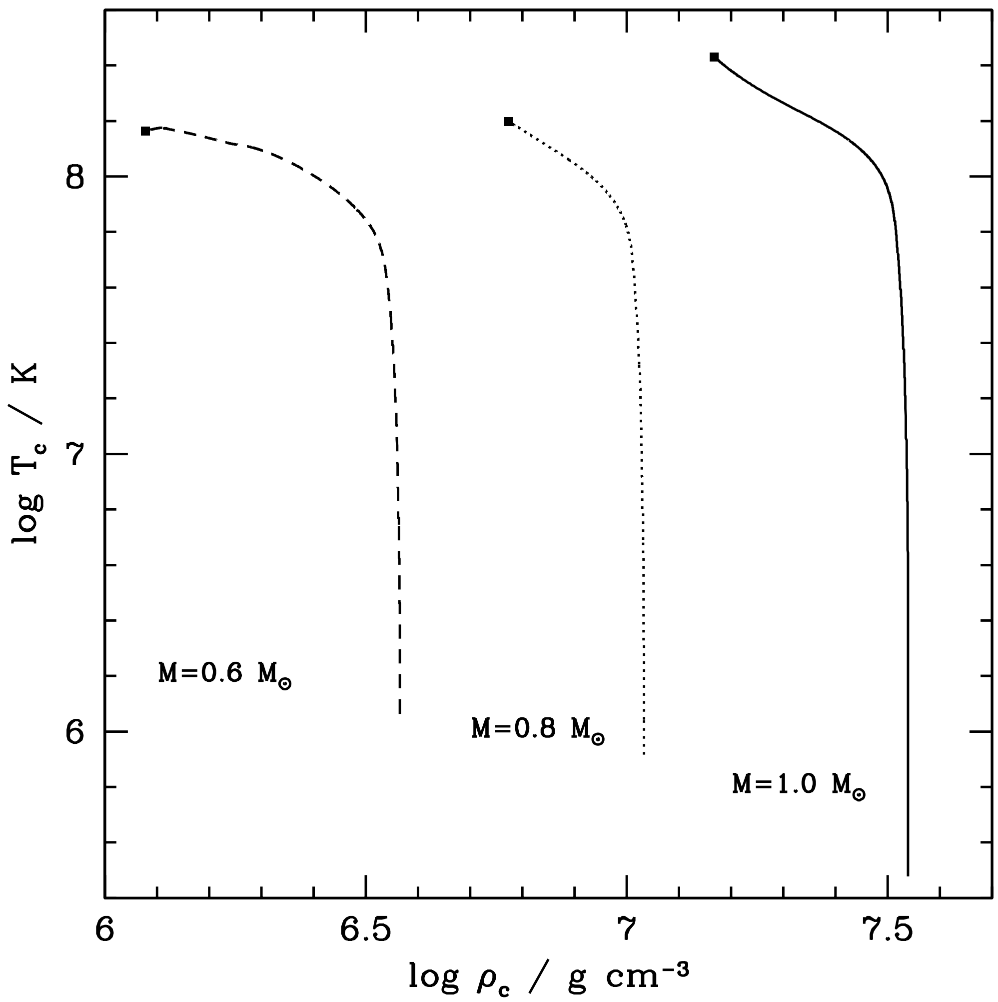

Abbildung 4.13: Zentraltemperatur über Zentraldichte für Entwicklungssequenzen Weißer Zwerge mit 0.6, 0.8 und 1.0 $\mathrm{M}_\odot$. Die Startmodelle sind jeweils mit einem Quadrat gekennzeichnet. Je größer die Sternmasse ist, desto größer ist die Zentraldichte. Mit steigender Dichte und sinkender Temperatur steigt die Entartung in den Weißen Zwergen.

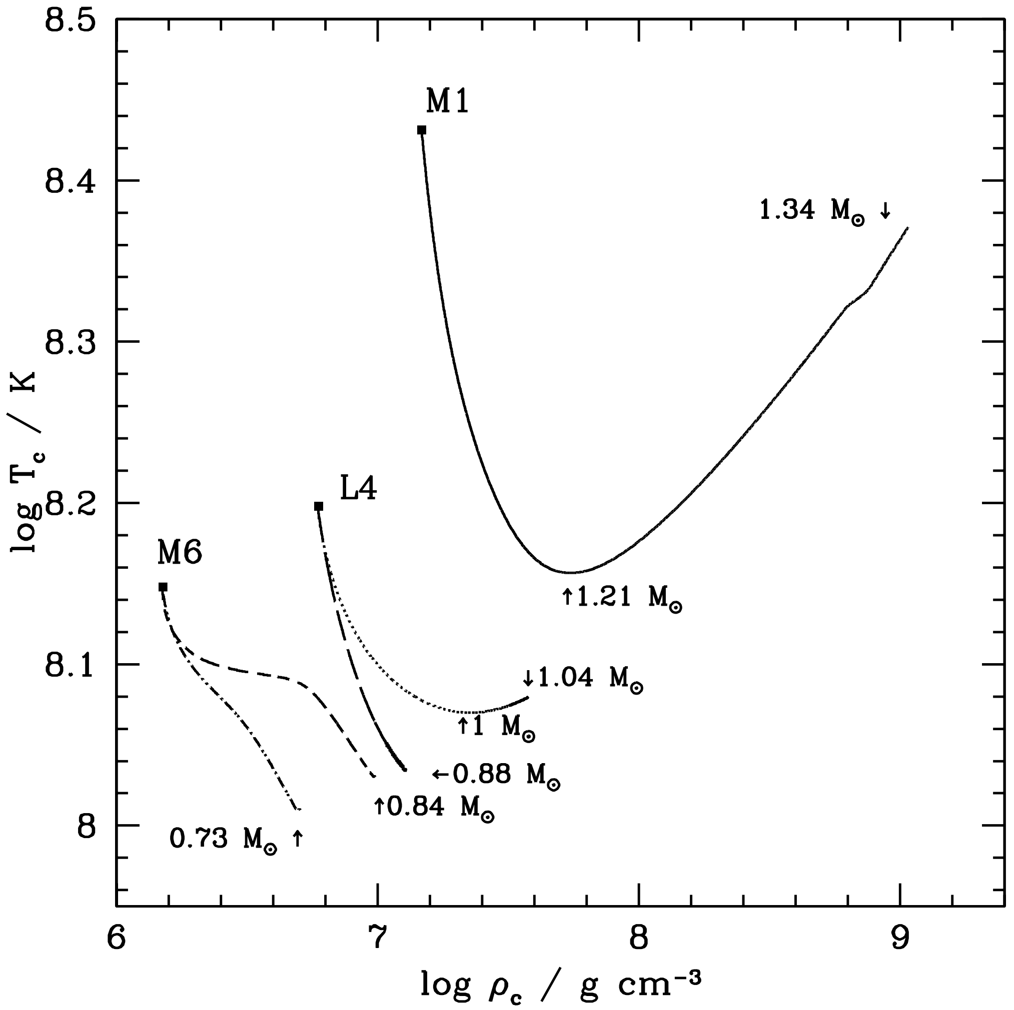

Abbildung 4.14: Zentraltemperatur über Zentraldichte für Akkretionssequenzen Weißer Zwerge von den Startmodellen M1, L4 und M6 ausgehend. Die Startmodelle sind jeweils durch Quadrate gekennzeichnet. Die Sequenz vom Modell M1 ausgehend wurde mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ gerechnet und der Stern wächst von 1.0 auf 1.34 $M_\odot$. Vom Modell L4 ausgehend wurden zwei Sequenzen gerechnet: Eine mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (gepunktet) und eine mit $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (lang-gestrichelt), der Stern wächst von 0.8 auf 1.04 $M_\odot$ bzw. auf 0.88 $M_\odot$. Vom Modell M6 ausgehend wurden ebenfalls zwei Sequenzen gerechnet: Mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 4 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (kurz-gestrichelt), in der die Masse von 0.6 auf 0.84 $M_\odot$ steigt und eine mit $\dot{M} = 2 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (punktiert-gestrichelt), in der die Sternmasse auf 0.73 $M_\odot$ anwächst.

artung $P \propto \rho^{5/3}$ gilt, steigt die Zentraldichte, die Zentraltemperatur jedoch sinkt. Je größer die Dichte wird, desto weiter läuft der Stern in das Gebiet relativistischer Entartung hinein. Im Fall der relativistischen Entartung kann die Temperatur bei weiterer adiabatischer Druckerhöhung wieder steigen. In Abbildung 4.14 steigt die Zentraltemperatur bei der Sequenz vom Modell M1 ausgehend wieder an, wenn die Masse von 1.0 auf 1.21 $M_\odot$ und die Dichte auf log $(\rho\,(g\,cm^{-3})) \approx 7.7$ gestiegen ist. Der Stern akkretiert weiter Helium, seine Masse wächst bis auf 1.34 $M_\odot$ und die Zentraldichte steigt bis log $(\rho\,(g\,cm^{-3})) \approx 9$. Bei der Sequenz vom Modell L4 ausgehend steigt die Zentraltemperatur wieder, wenn der Stern von 0.8 auf etwa 1.0 $M_\odot$ gewachsen ist. Am Ende der Sequenz hat er eine Masse von 1.04 $M_\odot$ und einer Zentraldichte von log $(\rho\,(g\,cm^{-3})) \approx 7.6$. Bei der Sequenz, die vom Modell M6 des Weißen Zwerges mit 0.6 $M_\odot$ ausgeht, steigt die Masse während des stetigen Brennens bis auf 0.84 $M_\odot$. Bei einer Zentraldichte von log $(\rho\,(g\,cm^{-3})) \approx 6.7$, wenn der Stern auf etwa 0.8 $M_\odot$ gewachsen ist, sinkt die Zentraltemperatur noch einmal etwas stärker. In Abbildung 4.34 sieht man die zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft für diese Sequenz. Dort ist ein Leuchtkraftabfall bei 0.8 $M_\odot$ zu erkennen. Nach Gleichung (4.9) könnte man das plötzliche Sinken der Zentraltemperatur mit diesem Leuchtkraftabfall erklären.
Um die unterschiedliche Entwicklung von Zentraltemperatur und Zentraldichte in Abhängigkeit von der Akkretionsrate zu untersuchen, sind in Abbildung 4.14 noch zwei weitere Sequenzen dargestellt. Die lang-gestrichelte Kurve entspricht der Sequenz, bei der mit einer Rate von $5 \cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ Helium auf das Ausgangsmodell L4 akkretiert wurde. Die Masse steigt in dieser Sequenz nur bis auf 0.88 $M_\odot$. Die punktiert-gestrichelte Kurve entspricht der Sequenz, bei der mit einer Rate von $2 \cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ Helium auf das Ausgangsmodell L4 akkretiert wurde. Die Masse steigt in diesem Fall bis auf 0.73 $M_\odot$. Die Massen und Zentraldichten sind kleiner, als bei den anderen Sequenzen und die Sterne befinden sich noch im Gebiet der nicht-relativistischen Entartung. Daher ist noch kein Wiederansteigen der Zentraltemperatur zu erkennen.

4.2.5 Beziehung zwischen Leuchtkraft, Kernmasse, Kernradius, Akkretionsrate und Hüllenmasse

Für viele Phasen in der Entwicklung von Sternen gibt es feste Relationen zwischen Sternparametern wie Masse, Radius und Leuchtkraft, so dass man theoretisch oder empirisch aus Beobachtungsdaten Beziehungen zwischen den Größen herleiten und in Formeln darstellen kann. Für Hauptreihensterne findet man die Masse-Leuchtkraft-Beziehung $L \sim M^{3.5}$ (Kippenhahn & Weigert, 1990). Die Weißen Zwerge, auf die mit Raten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $8{\cdot}10^{-7}$, $7{\cdot}10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-7}$ und $4 \cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ akkretiert wird, vergrößern ihre Kernmasse durch stetiges Helium-Schalenbrennen. In Abbildung 4.5 sieht man, dass während der Phase des stetigen Brennens die Leuchtkraft nahezu konstant bleibt und nur die Effektivtemperatur steigt. Eine einfache Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung $L \propto M^{\sigma_1}$ existiert also nicht, da einem Wert der Leuchtkraft mehrere Werte von Kernmassen zugeordnet werden können. Auch eine Kernmasse-Radius-Leuchtkraft-Beziehung, wie sie in Herwig et al. (1998) für die Leuchtkraft der Wasserstoff-Schalenquelle in AGB-Sternen aus Homologierelationen (Kippenhahn & Weigert, 1990) – analytische Ausdrücke, mit deren Hilfe aus einer gegebenen Beziehung andere gewonnen werden können – hergeleitet wurde, konnte nicht gefunden werden. Die Homologierelation für die Leuchtkraft lautet

$$L \propto M_{\mathrm{c}}^{\sigma_1} R_{\mathrm{c}}^{\sigma_2} \tag{4.12}$$

mit

$$\sigma_1 = \frac{4n + \nu}{N} \qquad \sigma_2 = \frac{3 - \nu - 3n}{N} \beta \tag{4.13}$$

und

$$N = (4 - 3\beta)(1 + n) + (1 - \beta)(\nu - -4) \qquad , \tag{4.14}$$

wobei $\beta = \frac{P_{\mathrm{gas}}}{P}$ das Verhältnis von Gasdruck zu Gesamtdruck ist und ν und n die Exponenten in der Relation für die Energieerzeugungsrate $\varepsilon \sim \rho^{n-1} T^{\nu}$ sind. Der Tripel-α-Prozess ist bei unseren Modellen der dominante Energieerzeugungsprozess in der Helium-Schalenquelle. Daraus ergibt sich für die Exponenten $n = 3$ (Gleichung 4.8) und $\nu \approx 20$. Das Verhältnis von Gasdruck zu Gesamtdruck β ist in den Sternmodellen während der Phase des stetigen Brennens etwa 0.8. Damit würde sich eine Beziehung $L \propto M_{\mathrm{c}}^{3.3} R_{\mathrm{c}}^{-2.2}$ ergeben, die aber nicht gefunden werden konnte. Im Gegenteil, setzt man in Gleichung (4.13) Grenzwerte ein, so wird ersichtlich, dass der Exponent σ_1 stets positiv sein muss und σ_2 stets negativ. In den Abbildungen 4.15 und 4.16 sieht man, dass die Kernmasse mit steigender Leuchtkraft leicht fällt – was ein negatives σ_1 bedeuten würde. Dagegen nimmt der Radius mit steigender Leuchtkraft leicht zu – was einem positiven σ_2 entsprechen würde. Aus Abbildung 4.7 wird eine Abhängigkeit der Masse-Radius-Relation von der Akkretionsrate ersichtlich. Eine Beziehung der Art $L \propto M_{\mathrm{c}}^{\sigma_1} R_{\mathrm{c}}^{\sigma_2} \dot{M}^{\sigma_3}$ würde den eben geschilderten Widerspruch jedoch nicht aufheben können, da die Akkretionsrate während der gesamten Rechnung konstant gehalten wird.

Es wurde bereits festgestellt, dass die Hüllenmasse M_{He} während der Phase des stetigen Schalenbrennens abnimmt (Abbildungen 4.8 und 4.10), so dass bei kleinen Kernmassen und großen Kernradien noch eine verhältnismäßig große Hüllenmasse auf dem C/O-Kern liegt, während die Hüllenmasse mit wachsender Kernmasse und sinkendem Kernradius abnimmt. Wenn man also auch noch die Hüllenmasse M_{He} als Parameter einbezieht, so findet man aus den Daten der Akkretionssequenzen die empirische Relation

$$L \propto M_{\mathrm{c}}^{3.1}\, R_{\mathrm{c}}^{-2.2}\, \dot{M}^{1.3}\, M_{\mathrm{He}} \qquad , \tag{4.15}$$

die in Abbildung 4.17 dargestellt ist. In der Phase der Thermischen Pulse (offene Kreise in Abbildung 4.17) variieren die Sternparameter wie Leuchtkraft und Kernradius sehr stark, so dass diese Datenpunkte von der Relation etwas abweichen. Man erkennt wieder die große Abhängigkeit von der Akkretionsrate. Bei den größeren Akkretionsraten sind auch die Leuchtkräfte größer.

4.3 Thermische Pulse

Nach der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens, schließt sich eine Phase Thermischer Pulse an, wenn das Schalenbrennen auf Grund einer geometrisch zu dünnen Heliumschale instabil wird. In diesem Abschnitt soll die Phase der Thermischen Pulse untersucht werden. Rechnungen durch diese Phase hindurch wurden nur für die verschiedenen Ausgangsmodelle des Weißen Zwerges von 0.8 $\mathrm{M}_{\odot}$ gemacht.
In Tabelle 4.5 sind charakteristische Größen der Sternmodelle zum Ende der Thermischen-Puls-Phase aufgelistet, die vom Startmodell L4 gerechnet wurden. Die Sequenz mit der Akkretionsrate von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ ist nicht mehr mit aufgeführt, weil dort keine Thermischen Pulse auftreten. Bei den Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $7 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-7}$, $4 \cdot 10^{-7}$ und $10^{-7} M_{\odot}\, yr^{-1}$ wird die Rechnung abgebrochen, wenn die Sterne während eines Thermischen Pulses an ihr EDDINGTON-Limit stoßen (in Tabelle 4.5, Spalte 18 durch L_{Edd} gekennzeichnet).

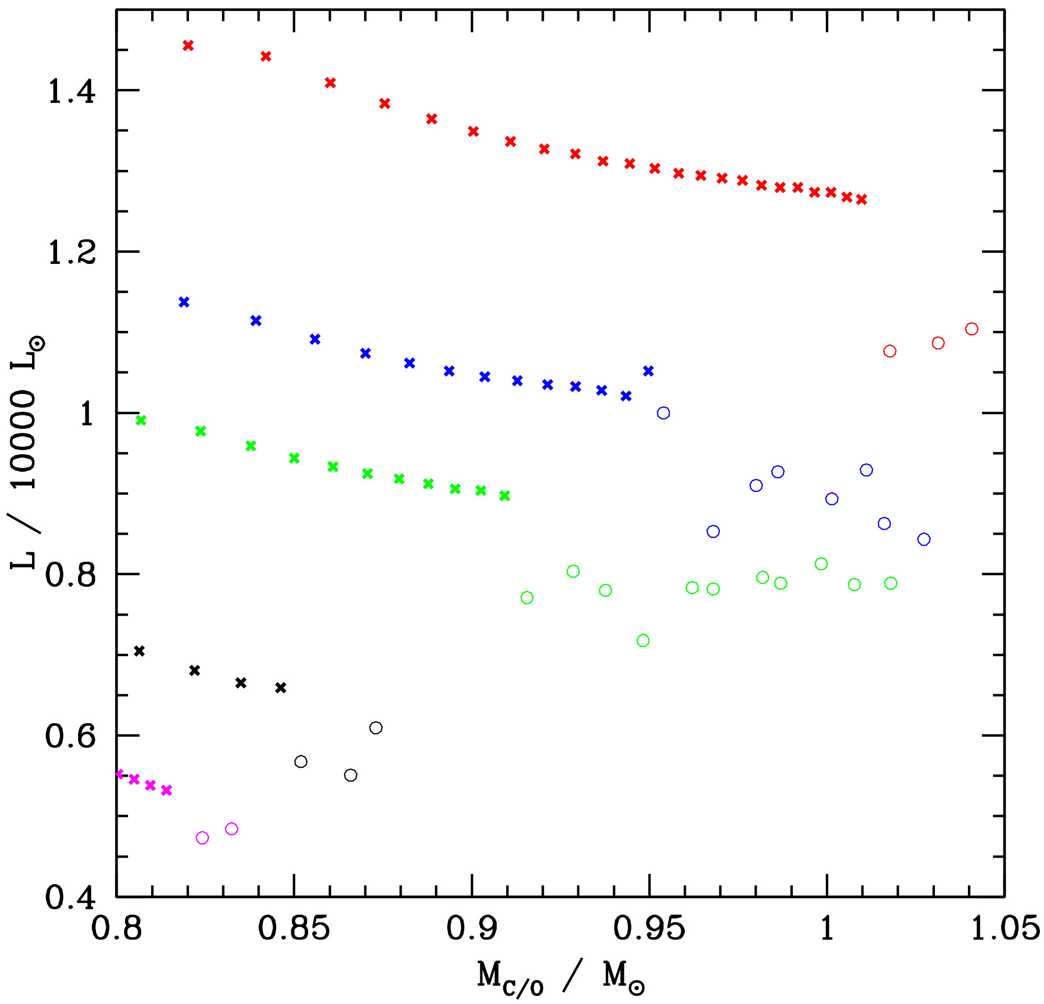

Abbildung 4.15: Leuchtkraft über Kernmasse für Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$ (rot), $8 \cdot 10^{-7}$ (blau), $7 \cdot 10^{-7}$ (grün), $5 \cdot 10^{-7}$ (schwarz) und $4 \cdot 10^{-7}$ $M_\odot\, yr^{-1}$ (magenta). Die Bildpunkte von Modellen aus der Thermischen-Puls-Phase sind durch offene Kreise gekennzeichnet, die aus Phasen des stetigen Helium-Schalenbrennens durch Kreuze.

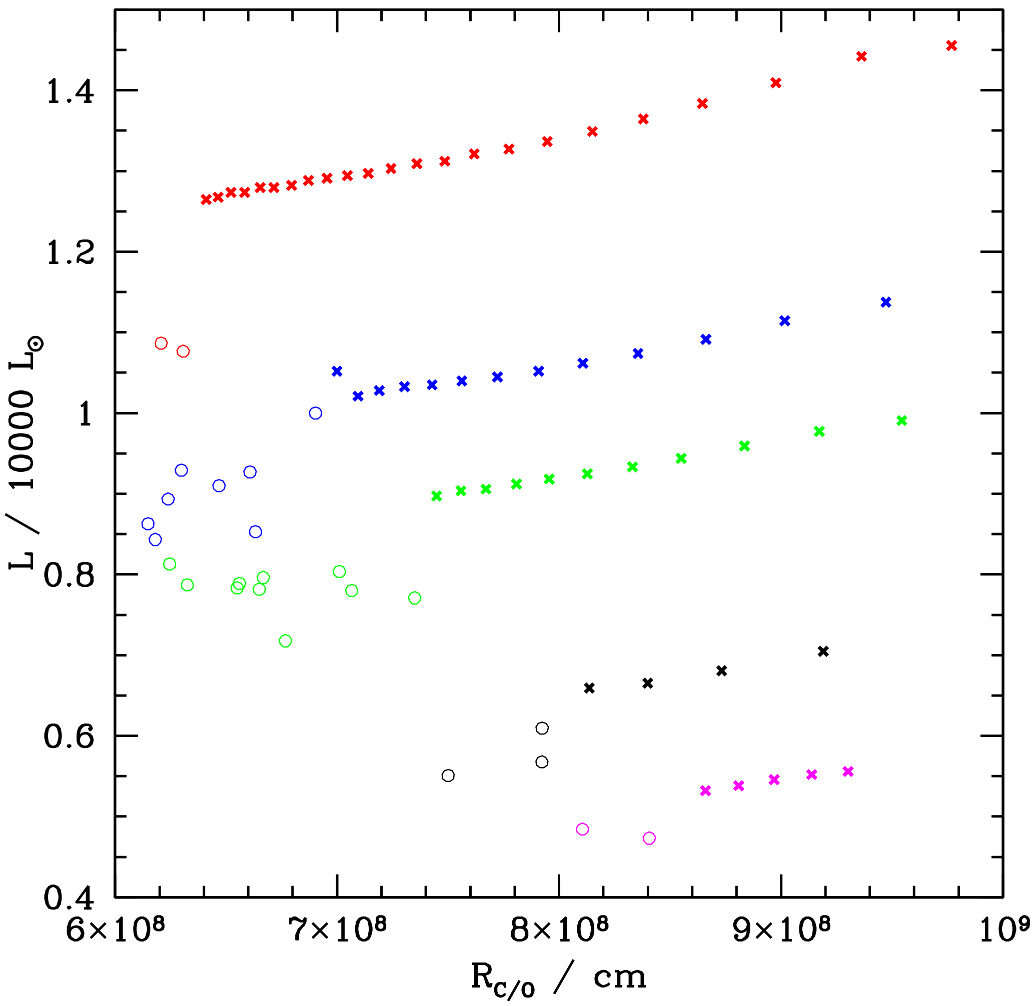

Abbildung 4.16: Leuchtkraft über Kernradius für Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$ (rot), $8 \cdot 10^{-7}$ (blau), $7 \cdot 10^{-7}$ (grün), $5 \cdot 10^{-7}$ (schwarz) und $4 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ (magenta). Die Bildpunkte von Modellen aus der Thermischen-Puls-Phase sind durch offene Kreise gekennzeichnet, die aus Phasen des stetigen Helium-Schalenbrennens durch Kreuze.

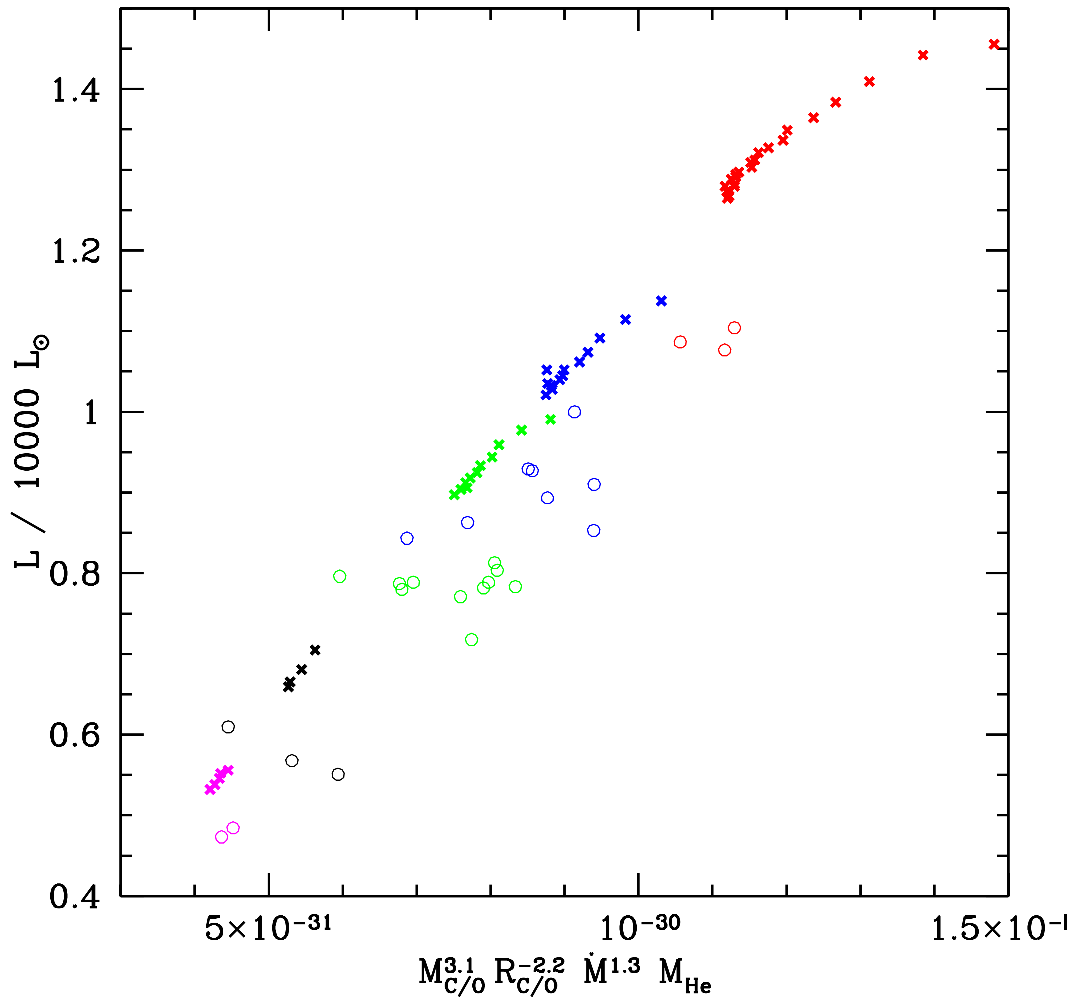

Abbildung 4.17: Beziehung zwischen Leuchtkraft und Kernmasse, Kernradius, Akkretionsrate und Hüllenmasse für C/O-Weiße Zwerge mit einer Helium-Schalenquelle. Dargestellt ist die Abhängigkeit der Leuchtkraft von Kernmasse $M_{C/O}$, Kernradius $R_{C/O}$, Akkretionsrate $\dot{M}$ und Helium-Hüllenmasse M_{He}. Die Daten stammen aus den Sequenzen ausgehend vom Modell L4 mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$ (rot), $8 \cdot 10^{-7}$ (blau), $7 \cdot 10^{-7}$ (grün), $5 \cdot 10^{-7}$ (schwarz) und $4 \cdot 10^{-7}\ M_\odot\, yr^{-1}$ (magenta). Die Bildpunkte von Modellen aus der Thermischen-Puls-Phase sind durch offene Kreise gekennzeichnet, die aus Phasen des stetigen Helium-Schalenbrennens durch Kreuze.

$\dot{M}/M_\odot\, yr^{-1}$	Δ t/yr	M/M$_\odot$	$\Delta M_{\rm Puls}/M_\odot$	logL/L$_\odot$	log $\bar{L}_{\rm nuc}$/L$_\odot$	M$_{\rm He}$/M$_\odot$	#TP	Ende
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1{\cdot}10^{-6}$	$> 2.738 \cdot 10^4$	>1.0428	>0.0274	4.024	4.039	$1.32{\cdot}10^{-3}$	>68	?
$8{\cdot}10^{-7}$	$> 9.205 \cdot 10^4$	>1.0302	>0.0718	4.016	4.038	$1.43{\cdot}10^{-3}$	>136	?
$7{\cdot}10^{-7}$	$2.535 \cdot 10^5$	1.0201	0.1075	4.685	3.893	$1.55{\cdot}10^{-3}$	143	$L_{\rm Edd}$
$5{\cdot}10^{-7}$	$5.591 \cdot 10^4$	0.8797	0.0279	4.505	3.749	$4.56{\cdot}10^{-3}$	17	$L_{\rm Edd}$
$4{\cdot}10^{-7}$	$2.864 \cdot 10^4$	0.8409	0.0134	4.422	3.736	$6.47{\cdot}10^{-3}$	8	$L_{\rm Edd}$
$1{\cdot}10^{-7}$	35.7	0.8019	$3.63 \cdot 10^{-6}$	4.267	max 6.6	$1.17{\cdot}10^{-2}$	1	$L_{\rm Edd}$

$\rho_{\rm c}$/g cm^{-3}	R$_{\rm C/O}$/cm	R/cm	R$_{\rm max}$/cm	T$_{\rm c}$/10^{8}K	T$_{\rm eff}$/K	T$_{\rm max}$/10^{8}K	$\rightarrow$ M$_{\rm r}$/M$_\odot$	$\tau_{\rm hülle}$/yr
10	11	12	13	14	15	16	17	18
$3.76{\cdot}10^7$	$< 5.93 \cdot 10^8$	$9.09 \cdot 10^8$	$1.99{\cdot}10^9$	1.201	512 054	3.483	0.98510	198
$3.50{\cdot}10^7$	$< 5.90 \cdot 10^8$	$9.10 \cdot 10^8$	$3.65{\cdot}10^9$	1.153	509 389	3.249	0.97427	290
$3.29{\cdot}10^7$	$5.99 \cdot 10^8$	$9.68 \cdot 10^9$	$9.42{\cdot}10^9$	1.122	229 617	3.105	0.96397	503
$1.28{\cdot}10^7$	$7.55 \cdot 10^8$	$9.19 \cdot 10^9$	$1.02{\cdot}10^{10}$	1.080	212 393	2.959	0.76904	964
$9.56{\cdot}10^6$	$8.02 \cdot 10^8$	$9.62 \cdot 10^9$	$1.04{\cdot}10^{10}$	1.128	197 952	2.978	0.69667	$4.79{\cdot}10^3$
$6.51{\cdot}10^6$	$8.75 \cdot 10^8$	$1.09 \cdot 10^{10}$	$1.09{\cdot}10^{10}$	1.392	170 190	3.236	0.58871	$2.28{\cdot}10^4$

Tabelle 4.5: Charakteristische Größen der Modelle am Ende der Phase der Thermischen Pulse für das Ausgangsmodell L4. Spalte 1: Akkretionsrate, Spalte 2: Zeitspanne, während der Thermische Pulse auftreten, Spalte 3: Sternmasse, Spalte 4: Masse, um die der C/O-Kern während der Thermischen-Puls-Phase zugenommen hat, Spalte 5: Sternleuchtkraft, Spalte 6: mittlere nukleare Leuchtkraft während der Thermischen-Puls-Phase, Spalte 7: Helium-Hüllenmasse, Spalte 8: Anzahl der Thermischen Pulse, Spalte 9: Grund für Abbruch der Rechnungen: $L_{\rm Edd}$ bedeutet, dass die Rechnungen abgebrochen werden, wenn die Sterne an ihr EDDINGTON-Limit stoßen, Spalte 10: Dichte im Zentrum des Sterns, Spalte 11: Radius des C/O-Kerns, Spalte 12: Radius am Ende der Thermischen-Puls-Phase, Spalte 13: maximal erreichter Radius während der Thermischen-Puls-Phase, Spalte 14: Temperatur im Zentrum, Spalte 15: Effektivtemperatur, Spalte 16: Temperaturmaximum im Stern, Spalte 17: LAGRANGE-Massenkoordinate beim Temperaturmaximum, Spalte 18: thermische Zeitskala der Hülle zu Beginn der Thermischen-Puls-Phase

Abbildung 4.18 zeigt die Entwicklung der nuklearen und der Gesamtleuchtkraft für die Sequenz mit der Akkretionsrate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}$ und Abbildung 4.19 zeigt den entsprechenden Entwicklungsweg im HRD. Wie bereits erwähnt, wurden die Ausgangsmodelle noch mit der unkorrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet und die Leuchtkraft damit überschätzt, während bei den Akkretionssequenzen die korrigierte Energieerzeugungsrate verwendet wurde. Damit ist das Absinken der nuklearen und Gesamtleuchtkraft zu Beginn der Rechnung in den Abbildungen 4.18 und 4.19 verständlich. Auf der thermischen Zeitskala, die bei diesem Ausgangsmodell nach Gleichung (3.1) etwa $1.6 \cdot 10^4$ Jahre beträgt, stellt sich ein neues thermisches Gleichgewicht im Stern ein. Danach vergrößert der Weiße Zwerg seine Kernmasse durch stetiges Helium-Schalenbrennen um etwa 0.05 $M_\odot$ (siehe Tabelle 4.2). Die Hüllenmasse ist während dieser Phase von 10^{-2} auf $5{\cdot}10^{-3}\, M_\odot\, yr^{-1}$ gesunken und geometrisch so dünn geworden, dass das Helium-Schalenbrennen instabil wird und Thermische Pulse einsetzen. Während der Thermischen-Puls-Phase, die bei dieser Sequenz etwa $5.6{\cdot}10^4$ Jahre dauert, kann die Kernmasse des Weißen Zwerges um weitere 0.03 $M_\odot$ zunehmen. Es treten 17 Thermische Pulse auf. Im letzten Puls steigt der Radius des Weißen Zwerges auf etwa 0.15 $R_\odot$ und bei einer Leuchtkraft von $\log L/L_\odot \approx 4.5$ und einer Temperatur von $\log T \approx 5.3$ stößt der Stern an sein EDDINGTON-Limit.
Abbildung 4.20 zeigt die Entwicklung der nuklearen und der Gesamtleuchtkraft für die Sequenz mit der Akkretionsrate $\dot{M} = 10^{-6}$. Durch stetiges Schalenbrennen vergrößert sich die Kernmasse des Weißen Zwerges um mehr als 0.2 $M_\odot$. Danach setzen auch hier Thermische Pulse ein: Während $2.7{\cdot}10^4$ Jahren (Spalte 2 in Tabelle 4.5) wächst der Kern in 68 Pulsen (Spalte 8) um weitere 0.03 $M_\odot$ (Spalte 4) an. Vergleicht man dies mit der $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz, so stellt man fest, dass bei der höheren Akkretionsrate die gleiche Masse in kürzerer Zeit akkretiert wurde, aber auch mehr Pulse auftraten.
In einem Thermischen Puls expandiert die Hülle des Sterns auf der thermischen Zeitskala der Hülle

$$\tau_{\text{hülle}} = \frac{G\, M_\odot\, M_{\text{He}}}{2\, R\, L} \quad , \tag{4.16}$$

wobei M_{He} die Masse der Helium-Hülle ist. Für die $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz ist diese Zeit bei Einsetzen der Thermischen Pulse etwa 960 Jahre (Spalte 18 in Tabelle 4.5), während sie bei der $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz nur etwa 200 Jahre ist. Auf Grund der größeren thermischen Zeitskala der Hülle treten bei der $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz im gleichen Zeitraum weniger Pulse auf. Die nukleare Leuchtkraft in den Thermischen Pulsen ist bei der kleineren Akkretionsrate um eine Größenordnung größer, obwohl die mittlere nukleare Leuchtkraft während der Pulsphase bei höheren Akkretionsraten größer ist (Spalte 6 in Tabelle 4.5). Das resultiert daraus, dass bei kleineren

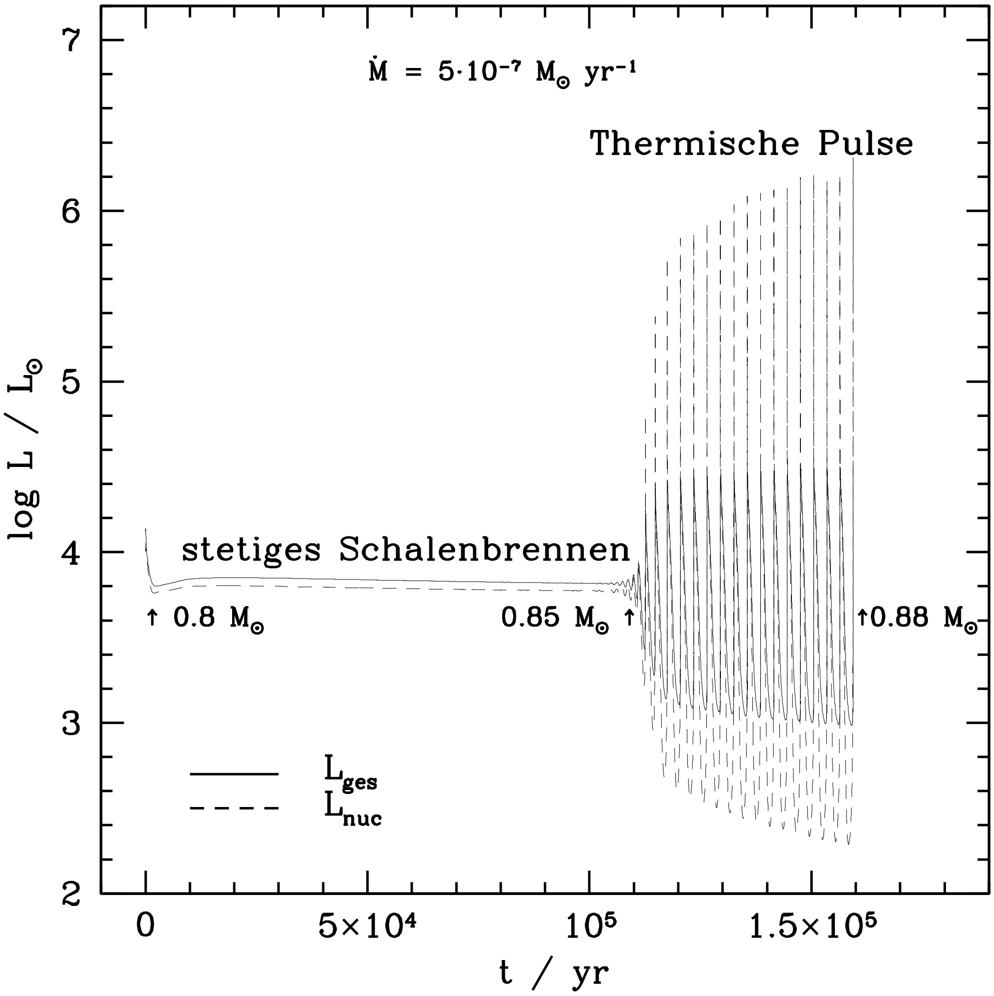

Abbildung 4.18: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L4. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Während des stetigen Helium-Schalenbrennens wächst die Kernmasse des Weißen Zwerges von 0.8 auf 0.85 $M_{\odot}$ (Pfeile). Nach etwa 10^5 Jahren setzen die Thermischen Pulse ein, während denen die Kernmasse auf 0.88 $M_{\odot}$ wächst. Im 17. Puls stößt der Weiße Zwerg an sein EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Durch die Modifikation der Energieerzeugungsrate kommt es am Anfang der Sequenz bei t=0 zum Absinken der Leuchtkräfte. Dieser Effekt ist für die weitere Entwicklung des Weißen Zwerges jedoch nicht relevant.

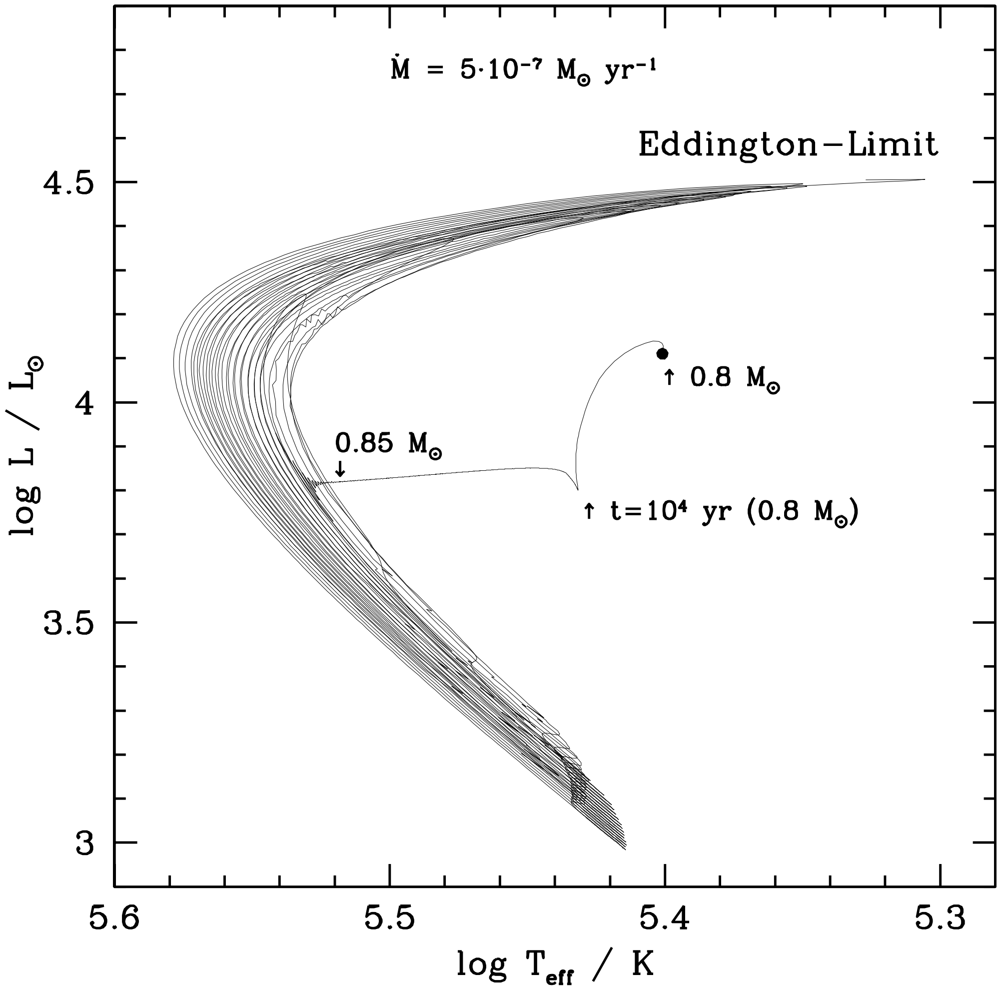

Abbildung 4.19: Entwicklungsweg im HRD bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L4. Das stetige Helium-Schalenbrennen findet bei nahezu konstanter Leuchtkraft statt, lediglich die Temperatur steigt an. Die Kernmasse des Weißen Zwerges wächst von 0.8 auf 0.85 $M_\odot$ (Pfeile). Nach etwa 10^5 Jahren setzen die Thermischen Pulse ein, während denen die Kernmasse auf 0.88 $M_\odot$ wächst. Im 17. Puls stößt der Weiße Zwerg bei einer Leuchtkraft von $\log L/L_\odot \approx 4.5$ und einer Temperatur von $\log T \approx 5.3$ an sein EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Durch die Modifikation der Energieerzeugungsrate kommt es am Anfang der Sequenz (durch den Punkt gekennzeichnet) zum Absinken der Leuchtkraft. Dieser Effekt ist für die weitere Entwicklung des Weißen Zwerges jedoch nicht relevant, da sich auf der thermischen Zeitskala von 10^4 Jahren ein neues thermisches Gleichgewicht einstellt.

Akkretionsraten, d.h. langsamerer Akkretion, die Helium-Schichtdicke beim Einsetzen der Thermischen Pulse (Spalte 6 in Tabelle 4.2) größer ist als bei höheren Akkretionsraten, so dass die Thermischen Pulse stärker sind. Somit ist die Amplitude der nuklearen Leuchtkräfte größer.

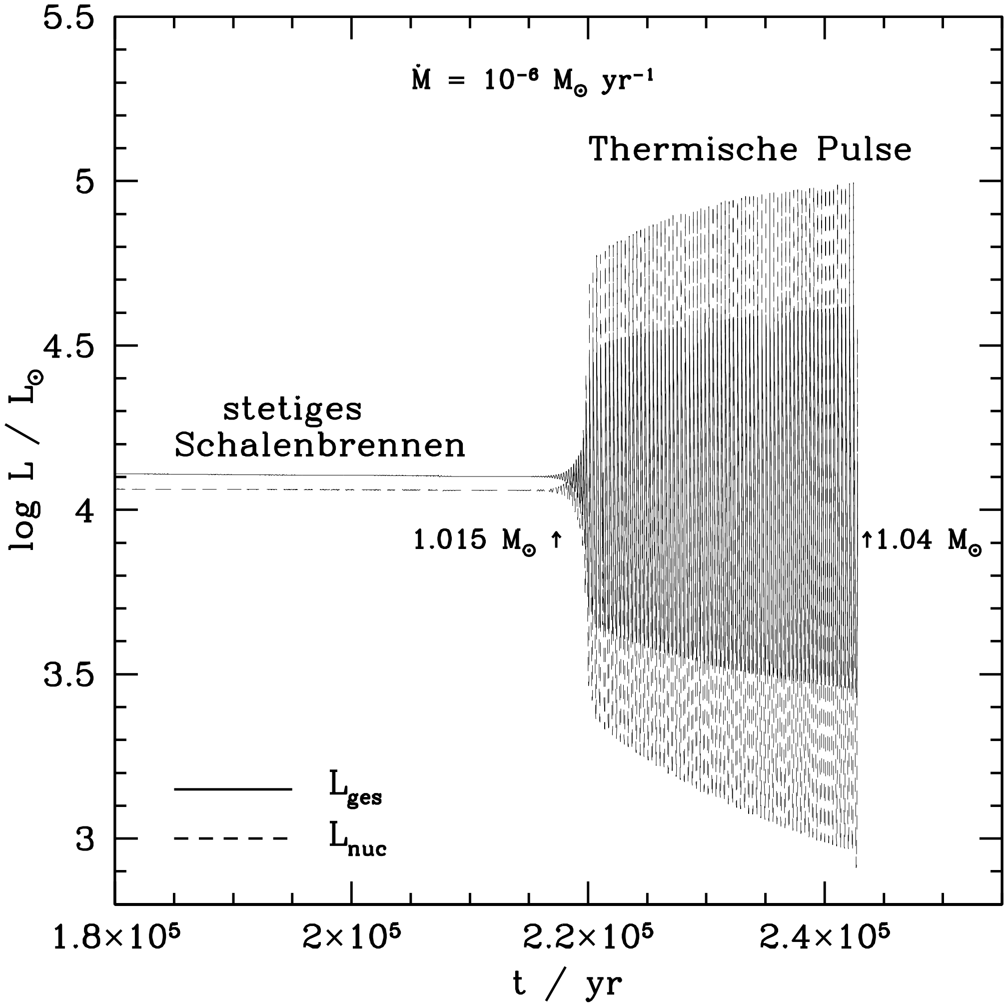

Abbildung 4.20: Ausschnitt aus der zeitlichen Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L4. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Während des stetigen Helium-Schalenbrennens wächst die Kernmasse des Weißen Zwerges von 0.8 auf 1.015 $M_{\odot}$ (Pfeil). Nach etwa $2.15 \cdot 10^5$ Jahren setzen die Thermischen Pulse ein, während denen die Kernmasse auf 1.04 $M_{\odot}$ wächst. Es treten 68 Pulse auf.

Abbildung 4.21 zeigt einen einzelnen Puls aus der Sequenz mit $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot$ yr^{-1}. Die Masse des Weißen Zwerges ist bereits auf 1.04 $M_\odot$ gewachsen. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft und nukleare Leuchtkraft. Ein vollständiger Puls-Zyklus dauert hier etwa 350 Jahre. Die Hülle expandiert auf der thermischen Zeitskala, die nach Gleichung 4.16 etwa 40 Jahre beträgt. Die Gesamt-

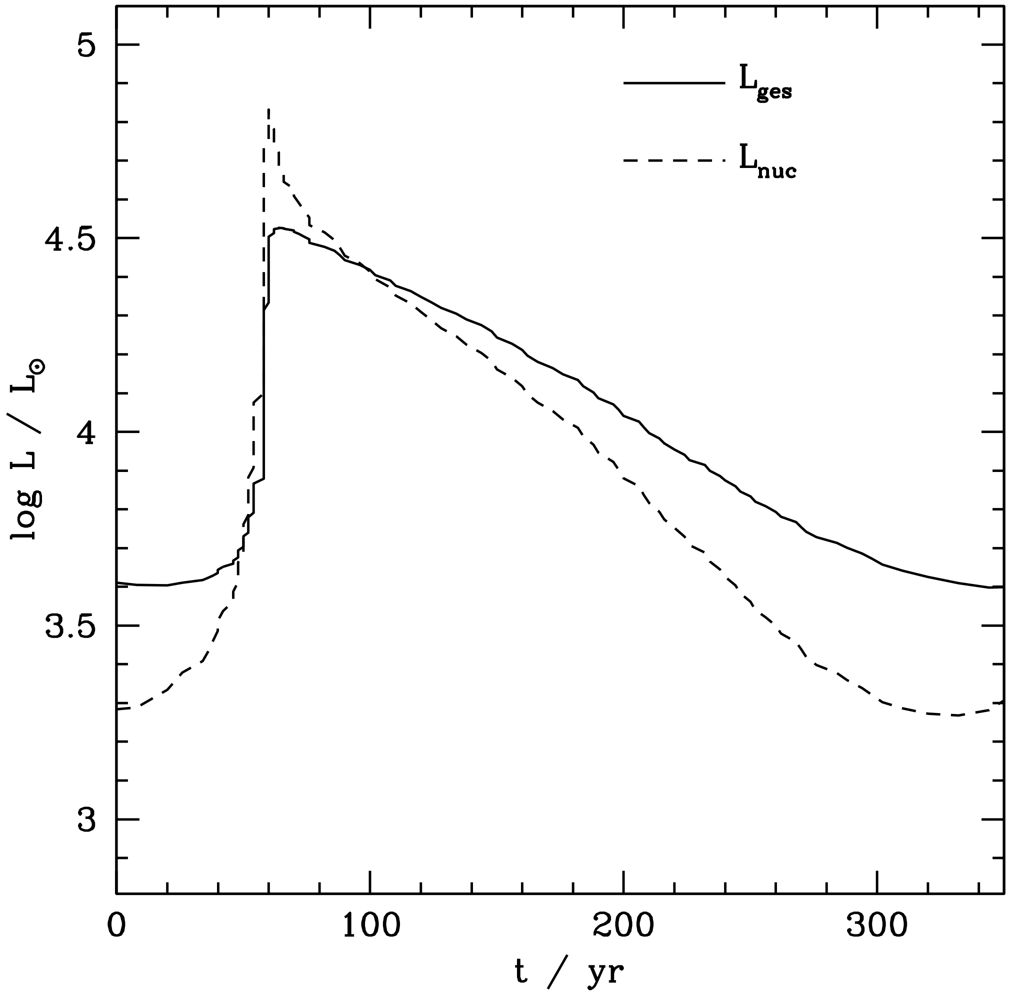

Abbildung 4.21: Thermischer Puls aus der $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Der Anstieg der Gesamtleuchtkraft von log $L/L_\odot \approx 3.6$ auf 4.5 findet auf der thermischen Zeitskala der Hülle statt, die hier etwa 40 Jahre beträgt. Die nukleare Leuchtkraft steigt im gleichen Zeitraum von log $L/L_\odot \approx$ 3.3 auf 4.8. Die Weiße-Zwerg-Masse ist bereits auf 1.04 $M_\odot$ gewachsen.

leuchtkraft steigt dabei um fast eine Größenordnung von $\log \mathrm{L}/\mathrm{L}_{\odot} = 3.6$ auf 4.5. Diese Änderung der Leuchtkraft kann man mit

$$M_{\mathrm{bol}} - M_{\mathrm{bol},\odot} = -2.5 \log \frac{L}{L_{\odot}} \tag{4.17}$$

in eine Änderung der scheinbaren bolometrischen Helligkeit M_{bol} des Weißen Zwerges umrechnen. Es ist $M_{\mathrm{bol},\odot} = -4.72$ mag. Die Änderung der bolometrischen Helligkeit in diesem Thermischen Puls beträgt $\Delta\, M_{\mathrm{bol}} \approx 2.25$ mag. Innerhalb von 40 Jahren müßte man also eine Helligkeitsänderung um mehr als 2 Größenklassen beobachten können.
Die nukleare Leuchtkraft ändert sich im Puls um $\Delta\, L \approx 6.11 \cdot 10^4\, L_{\odot}$. Aus dieser Änderung kann man nach

$$\Delta\, M_{\mathrm{He}} \approx \frac{\Delta\, L_{\mathrm{nuc}}\, \Delta\, t}{Q} \tag{4.18}$$

die Änderung der Helium-Hüllenmasse $\Delta\, M_{\mathrm{He}}$ im Stern abschätzen. Bei der maximalen Leuchtkraft verbrennt sehr viel Helium und die Dicke der Helium-Schicht ist minimal, währenddessen im Minimum der Leuchtkraft weniger Helium verbrennt und somit die Hüllendicke größer ist. Die Zeitspanne, während der sich die Leuchtkraft ändert, war $\Delta t \approx 40$ Jahre und Q ist die Energieerzeugungsrate in erg/g im Helium-Schalenbrennen. Die Helium-Hüllenmasse ändert sich in diesem Puls um $1.2{\cdot}10^{-4}\, M_{\odot}$. Abbildung 4.22 zeigt die Abnahme der Helium-Hüllenmasse mit steigender Kernmasse in den Thermischen Pulsen für die $\dot{M} = 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$-Sequenz. Ab einer Weißen-Zwerg-Masse von 1.02 $\mathrm{M}_{\odot}$ setzen die Thermischen Pulse ein. Die Amplitude der Änderung der Hüllenmasse beträgt größenordnungsmäßig $10^{-4}\, M_{\odot}$, wie für das obige Beispiel berechnet worden ist.
In Abbildung 4.23 ist ein Ausschnitt aus der zeitlichen Entwicklung der Masse der Helium-Schalenquelle für die Sequenz mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 8{\cdot}10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ dargestellt. Auf der y-Achse ist die Lagrange-Massenkoordinate im Stern aufgetragen. In den senkrecht schraffierten Massenbereichen findet die Energieerzeugung statt, es handelt sich also um die Helium-Schalenquelle. Über einen Zeitraum von $1.4{\cdot}10^4$ Jahren wächst die Sternmasse um $1.2 \cdot 10^{-2}\, M_{\odot}$. Bis zum Zeitpunkt $\mathrm{t} = 2.5134{\cdot}10^7$ Jahre ist das Helium-Schalenbrennen stabil, die Leuchtkraft konstant und auch die Dicke der Schalenquelle. Danach wird das Schalenbrennen instabil, die Leuchtkraft variiert und es werden in einer bestimmten Zeitspanne unterschiedlich große Mengen Helium verbrannt. Daher variiert auch die Dicke der Helium-Schalenquelle. Im Leuchtkraftmaximum, wenn viel Helium verbrannt wird, ist die Schalenquelle dünner als im Leuchtkraftminimum, wenn weniger Helium verbrannt wird. Die Entwicklung in der Zeitspanne von $\mathrm{t} = 2.5139 \cdot 10^7$ bis $2.514 \cdot 10^7$ Jahren ist

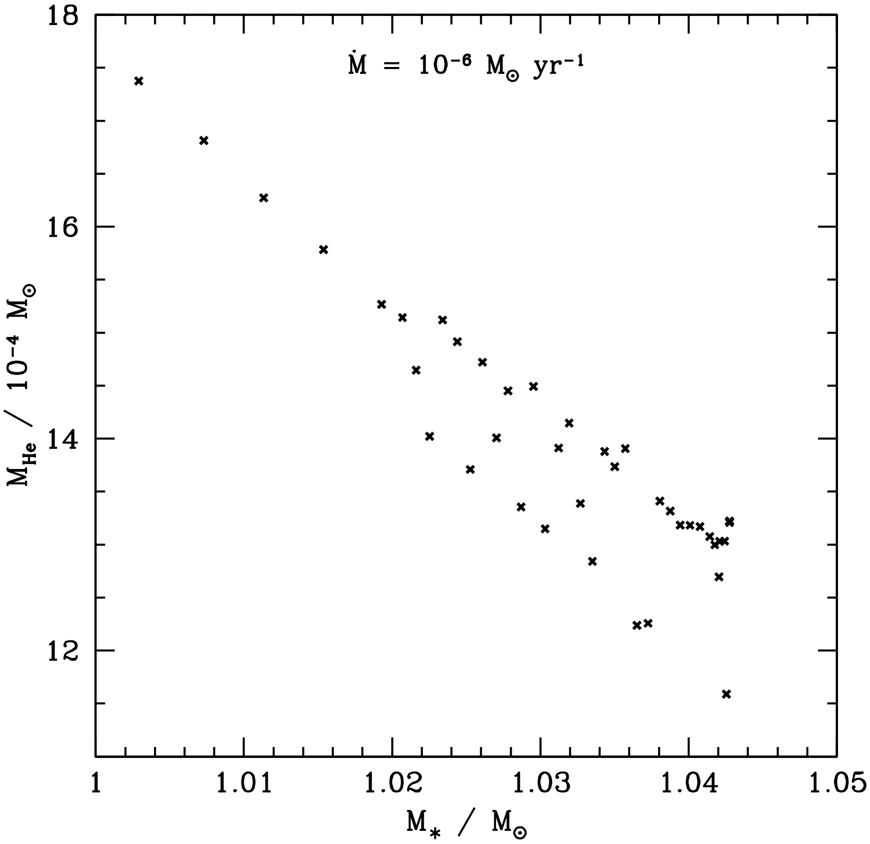

Abbildung 4.22: Hüllenmasse als Funktion der Sternmasse in den Thermischen Pulsen der $\dot{M} = 10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$-Sequenz des Ausgangsmodells L4. Bei einer Weißen-Zwerg-Masse von 1.02 $\mathrm{M}_\odot$ setzen die Thermischen Pulse ein und die Hüllendicke variiert stark. Die Amplitude der Änderung beträgt größenordnungsmäßig $10^{-4}\,M_\odot$.

in Abbildung 4.24 zu sehen. Bei Einsetzen eines Pulses (t=0 und t=650 Jahre) steigt die Leuchtkraft und es wird mehr Helium verbrannt. Die Masse der Schalenquelle sinkt auf $5 \cdot 10^{-4}\,M_\odot$, während sie im Leuchtkraftminimum bis zu $1.5 \cdot 10^{-3}\,M_\odot$ dick ist. Auf Grund der plötzlichen Änderungen der Sternstruktur beim Einsetzen des Pulses muss mit sehr kleinen Zeitschritten gerechnet werden, um die Änderungen noch aufzulösen. Die Einteilung (Δt) über der x-Achse gibt einen Überblick über die Größe der einzelnen Zeitschritte, mit denen das Sternentwicklungsprogramm rechnet. Wenn der Energietransport durch Strahlung durch die plötzliche hohe Energiefreisetzung ineffizient wird, bilden sich sehr dünne Konvektionszonen, die nur über eine sehr kurze Zeitspanne existieren. Danach übernimmt wieder die Strahlung den Energietransport.

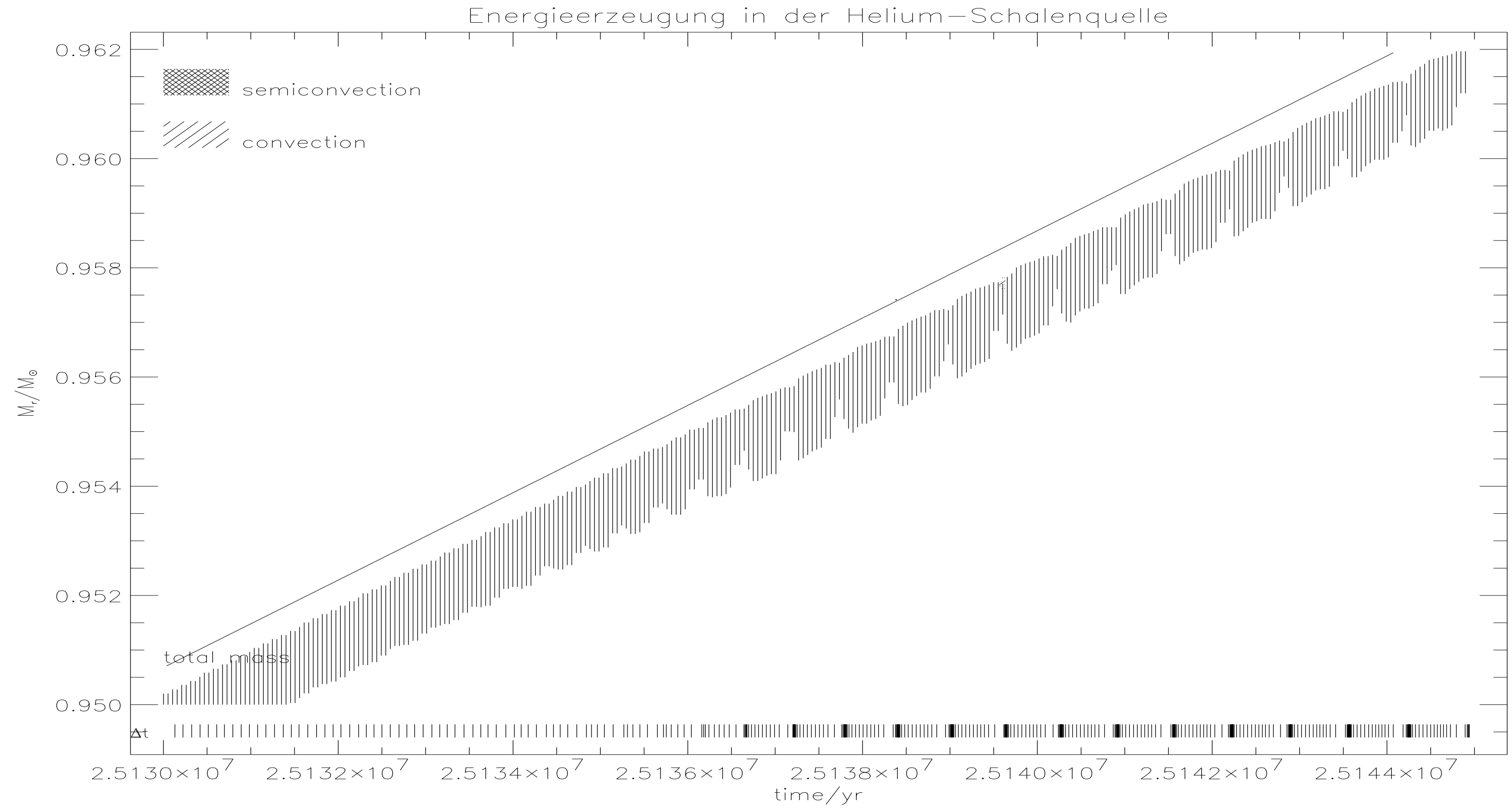

Abbildung 4.23: Ausschnitt aus der zeitlichen Entwicklung der LAGRANGEN-Massenkoordinate im Stern für die Sequenz mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 8 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$. Die senkrecht schraffierten Flächen markieren den Massenbereich der Helium-Schalenquelle. Ab t = $2.5134 \cdot 10^7$ Jahre setzen Thermische Pulse ein, in denen die Dicke der Schalenquelle variiert.

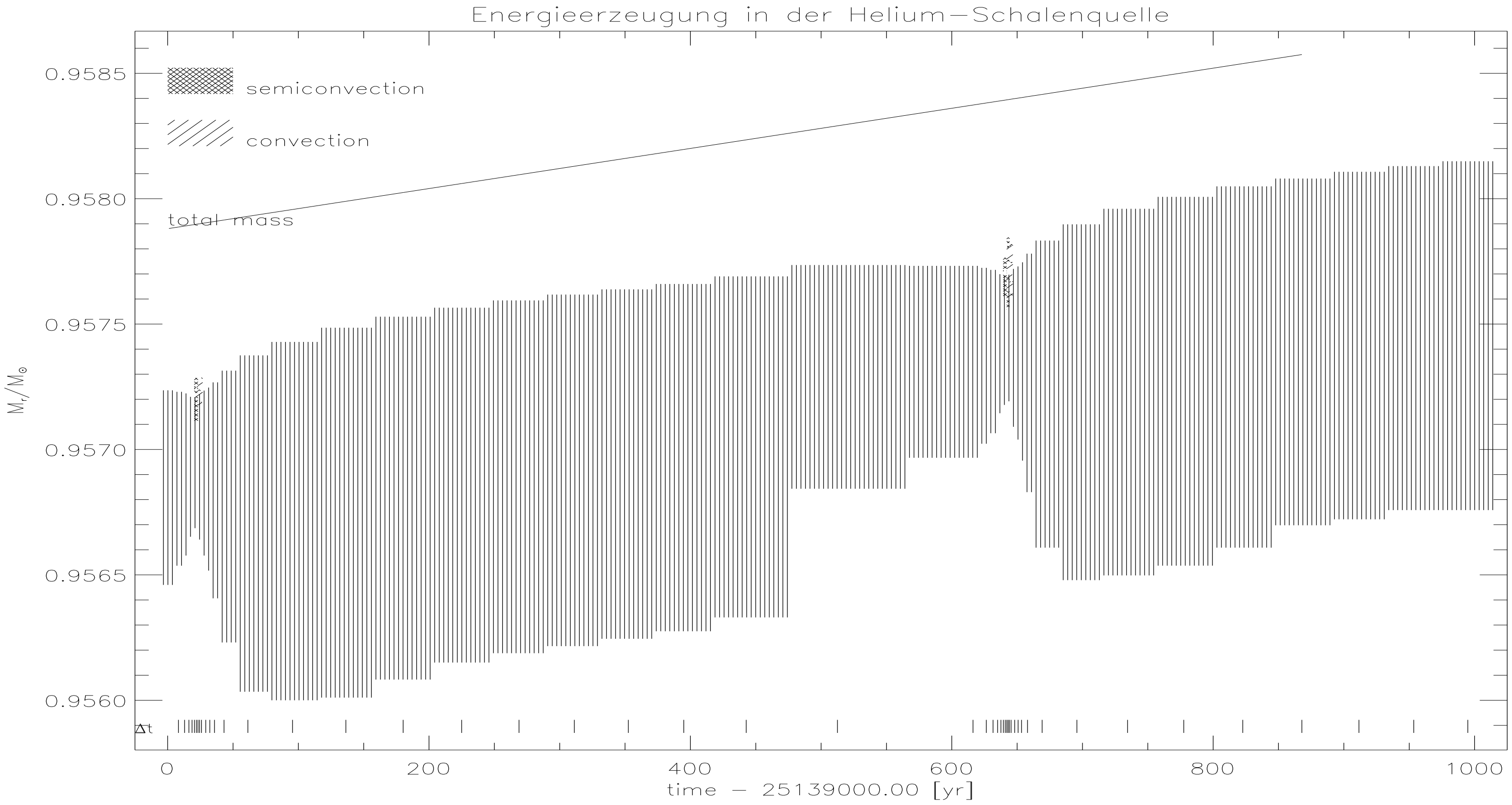

Abbildung 4.24: Zeitliche Entwicklung der LAGRANGEN-Massenkoordinate im Stern in Thermischen Pulsen für die Sequenz mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 8 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$. Die senkrecht schraffierten Flächen markieren den Massenbereich der Helium-Schalenquelle. Bei t = 0 und 650 Jahre setzen Thermische Pulse ein. In den Pulsen entstehen dünne Konvektionszonen.

Wie bereits erwähnt, ist die Zeitskala, auf der die Thermischen Pulse stattfinden, für die verschiedenen Akkretionssequenzen unterschiedlich. In Tabelle 4.5 ist in Spalte 18 die thermische Zeitskala der Hülle eingetragen. Je größer die thermische Zeitskala ist, desto länger dauert ein einzelner Thermischer Puls und desto weniger Pulse treten in einem gegebenen Zeitraum auf. Abbildung

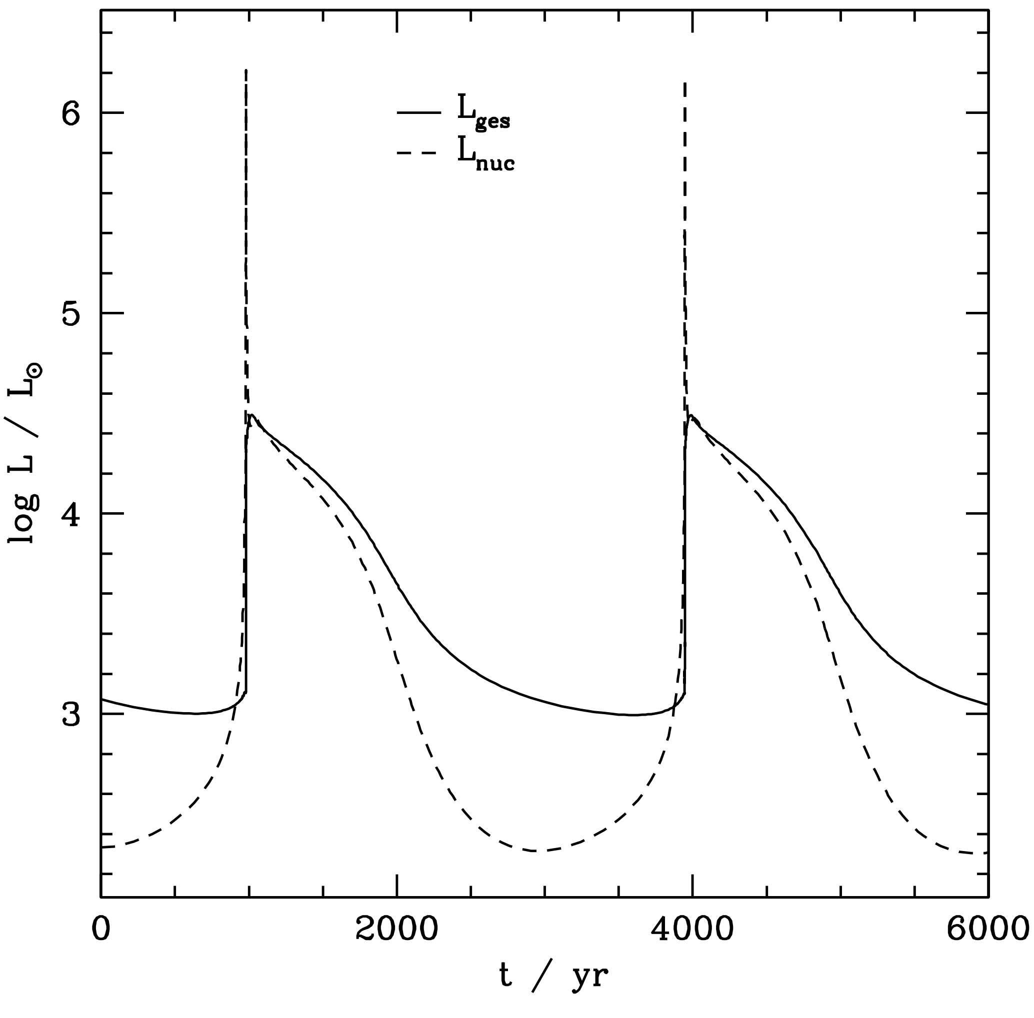

Abbildung 4.25: Thermische Pulse aus der $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$-Sequenz. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Der Anstieg der Gesamtleuchtkraft von log $L/L_\odot \approx 3$ auf 4.5 findet auf der thermischen Zeitskala der Hülle statt, die hier etwa 400 Jahre beträgt. Die nukleare Leuchtkraft im Maximum beträgt log $L/L_\odot \approx 6.2$. Die Weiße-Zwerg-Masse ist bereits auf 0.88 $M_\odot$ gewachsen.

4.25 zeigt zwei Pulse aus der $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$-Sequenz. Es handelt sich um den 14. und 15. Puls; die Masse des Weißen Zwerges ist bereits auf 0.88 $M_{\odot}$ gewachsen. Die Pulsdauer beträgt hier fast 3000 Jahre und ist damit 10 mal größer als bei der $\dot{M} = 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$-Sequenz. Der Anstieg der Gesamtleuchtkraft von $\log L/L_{\odot} \approx 3$ auf 4.5 findet auf der thermischen Zeitskala der Hülle statt, die hier etwa 400 Jahre beträgt. Nach Gleichung (4.17) müßte auf Grund dieser Leuchtkraftänderung innerhalb von 400 Jahren eine Helligkeitänderung um $\Delta\, M_{\mathrm{bol}} \approx 3.75$ Größenklassen beobachtbar sein. Die nukleare Leuchtkraft im Maximum ist um mehr als eine Größenordnung größer als bei der $\dot{M} = 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$-Sequenz – die Thermischen Pulse sind also stärker. Nachdem nukleare und Gesamtleuchtkraft wieder abgesunken sind, steigen sie praktisch sofort wieder an und eine neuer Thermischer Puls entsteht.

In Tabelle 4.6 sind charakteristische Größen der Sternmodelle zum Ende Thermischen-Puls-Phase aufgelistet, die vom Startmodell L3 ausgingen.. Die Sequenz mit der Akkretionsrate von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ ist nicht mehr mit aufgeführt, weil dort keine Thermischen Pulse auftreten. Bei den Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 10^{-6}$, $7 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-7}$ und $10^{-7} M_{\odot}\, yr^{-1}$ wird die Rechnung abgebrochen, wenn die Sterne während eines Thermischen Pulses an ihr Eddington-Limit stoßen (in Tabelle 4.6, Spalte 18 durch L_{Edd} gekennzeichnet).

$\dot{M}/M_\odot\,yr^{-1}$	$\Delta\,t/\mathrm{yr}$	$\mathrm{M/M_\odot}$	$\Delta M_{\mathrm{Puls}}/M_\odot$	$\mathrm{logL/L_\odot}$	$\log\bar{L}_{\mathrm{nuc}}/\mathrm{L_\odot}$	$\mathrm{M_{He}/M_\odot}$	#TP	Ende
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1{\cdot}10^{-6}$	$> 2.3704 \cdot 10^4$	>1.043130	>0.0237	4.014	4.040	$1.30{\cdot}10^{-3}$	>66	?
$7{\cdot}10^{-7}$	$1.3182 \cdot 10^5$	1.035062	0.1138	4.678	3.893	$1.65{\cdot}10^{-3}$	186	$\mathrm{L_{Edd}}$
$5{\cdot}10^{-7}$	$5.8933 \cdot 10^4$	0.884650	0.0295	4.510	3.747	$4.36{\cdot}10^{-3}$	21	$\mathrm{L_{Edd}}$
$1{\cdot}10^{-7}$	50	0.801796	10^{-6}	4.268	max 6.6	$1.17{\cdot}10^{-2}$	1	$\mathrm{L_{Edd}}$

$\rho_c/\mathrm{g\,cm^{-3}}$	$\mathrm{R_{C/O}/cm}$	$\mathrm{R/cm}$	$\mathrm{R_{max}/cm}$	$\mathrm{T_c/10^8K}$	$\mathrm{T_{eff}/K}$	$\mathrm{T_{max}/10^8K}$	$\rightarrow \mathrm{M_r/M_\odot}$	$\tau_{\mathrm{h\ddot{u}lle}}/\mathrm{yr}$
10	11	12	13	14	15	16	17	18
$3.77{\cdot}10^7$	$< 5.93 \cdot 10^8$	$9.00 \cdot 10^8$	$8.32{\cdot}10^9$	1.200	511 793	3.483	0.98390	209
$3.14{\cdot}10^7$	$6.07 \cdot 10^8$	$1.01 \cdot 10^{10}$	$1.02{\cdot}10^{10}$	1.118	223 722	3.106	0.95483	246
$1.32{\cdot}10^7$	$7.44 \cdot 10^8$	$1.02 \cdot 10^{10}$	$1.02{\cdot}10^{10}$	1.071	201 956	2.936	0.77929	$1.17{\cdot}10^3$
$6.58{\cdot}10^6$	$8.67 \cdot 10^8$	$1.05 \cdot 10^{10}$	$1.05{\cdot}10^{10}$	1.375	173 404	3.215	0.59397	$2.39{\cdot}10^4$

Tabelle 4.6: Charakteristische Größen der Modelle am Ende der Phase der Thermischen Pulse für das Ausgangsmodell L3. Spalte 1: Akkretionsrate, Spalte 2: Zeitspanne, während der Thermische Pulse auftreten, Spalte 3: Sternmasse, Spalte 4: Masse, um die der C/O-Kern während der Thermischen-Puls-Phase zugenommen hat, Spalte 5: Sternleuchtkraft, Spalte 6: mittlere nukleare Leuchtkraft während der Thermischen-Puls-Phase, Spalte 7: Helium-Hüllenmasse, Spalte 8: Anzahl der Thermischen Pulse, Spalte 9: Grund für Abbruch der Rechnungen: L_{Edd} bedeutet, dass die Rechnungen abgebrochen werden, wenn die Sterne an ihr Eddington- Limit stoßen, Spalte 10: Dichte im Zentrum des Sterns, Spalte 11: Radius des C/O-Kerns, Spalte 12: Radius am Ende der Thermischen-Puls-Phase, Spalte 13: maximal erreichter Radius während der Thermischen-Puls-Phase, Spalte 14: Temperatur im Zentrum, Spalte 15: Effektivtemperatur, Spalte 16: Temperaturmaximum im Stern, Spalte 17: Lagrange-Massenkoordinate beim Temperaturmaximum, Spalte 18: thermische Zeitskala der Hülle zu Beginn der Thermischen-Puls-Phase

In Abbildung 4.26 ist die zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft für die Sequenz mit der Akkretionsrate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ zu sehen und Abbildung 4.27 zeigt den entsprechenden Entwicklungsweg im HRD. Wie bereits erwähnt, kommt es auf Grund der leichten Entartung der Materie zu einem Flash am Anfang der Sequenz. Im HRD sieht man, dass sich Leuchtkraft und Effektivtemperatur innerhalb von $4{\cdot}10^3$ Jahren um mehr als eine Größenordnung ändern und die nukleare Leuchtkraft bis auf $10^6\, L_\odot$ steigt. Die leichte Entartung der Materie in der Schalenquelle wird aufgehoben und es stellt sich wieder ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein. Der Weiße Zwerg wächst durch das stetige Helium-Schalenbrennen von 0.8 auf 0.855 $M_\odot$. Nach etwa $1.1 \cdot 10^5$ Jahren endet die Phase des stetigen Brennens und die Thermischen Pulse beginnen. Diese Phase dauert etwa $6 \cdot 10^4$ Jahre und die Masse des Weißen Zwerges kann um weitere 0.03 $\mathrm{M}_\odot$ wachsen. Im 21. Thermischen Puls expandiert die Hülle bis auf 0.15 $\mathrm{R}_\odot$ und bei einer Leuchtkraft von log $\mathrm{L}/\mathrm{L}_\odot \approx 4.5$ und einer Effektivtemperatur von log $\mathrm{T}_{\mathrm{eff}} \approx 5.3$ stößt der Stern an sein EDDINGTON-Limit.
In Abbildung 4.28 ist die zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft für die Sequenz mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ dargestellt. Im Flash zu Beginn der Sequenz steigt die nukleare Leuchtkraft wieder bis auf fast $10^6\, L_\odot$, während sie in den Thermischen Pulsen nur bis auf $10^5\, L_\odot$ steigt. Während der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens, welche etwa $2.2{\cdot}10^5$ Jahre dauert, wächst die Masse des Weißen Zwerges von 0.8 auf 1.02 $\mathrm{M}_\odot$. Während der sich anschließenden Thermischen-Puls-Phase, steigt seine Masse in 66 Thermischen Pulsen um weitere 0.02 $\mathrm{M}_\odot$ in $2.4{\cdot}10^4$ Jahren. Auf Grund der kleineren thermischen Zeitskala der Hülle von $\tau_{\mathrm{huelle}} \approx 200$ Jahren (Tabelle 4.6, Spalte 18), treten bei dieser Sequenz im Vergleich zu der mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$, bei der $\tau_{\mathrm{huelle}} \approx 10^3$ Jahre ist, während einer kleineren Zeitspanne mehr Thermische Pulse auf.

Im folgenden Abschnitt werden die Akkretionsrechnungen auf das Ausgangsmodell L2 (Tabelle 4.1) des Weißen Zwerges von 0.8 $\mathrm{M}_\odot$ mit einer Leuchtkraft von log $\mathrm{L}/\mathrm{L}\odot = 1.77$ beschrieben. Die nukleare Leuchtkraft durch das Helium-Schalenbrennen beträgt nur noch log $\mathrm{L}_{\mathrm{nuc}}/L_\odot = 0.231$. Es wurde Helium mit konstanten Raten von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}$, 10^{-6}, $5 \cdot 10^{-7}$ und $1 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ akkretiert. Die Helium-Schalenquelle ist fast erloschen, d.h. sie trägt kaum noch etwas zur Gesamtleuchtkraft des Weißen Zwerges bei. Das Material in der Schalenquelle ist noch stärker entartet als beim Ausgangsmodell L3 (α=0.8 und δ=0.5). In Abbildung 4.29 ist die zeitliche Entwicklung der nuklearen (gestrichelt) und der Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) für alle Sequenzen dargestellt. Während der kurzen Akkretionsphase vor dem Flash, steigen nukleare Leuchtkraft und Temperatur. Dadurch sinkt der Entartungsgrad der Materie in der Schalenquelle. Nachdem $3{\cdot}10^{-3}\, M_\odot$ Helium akkretiert worden

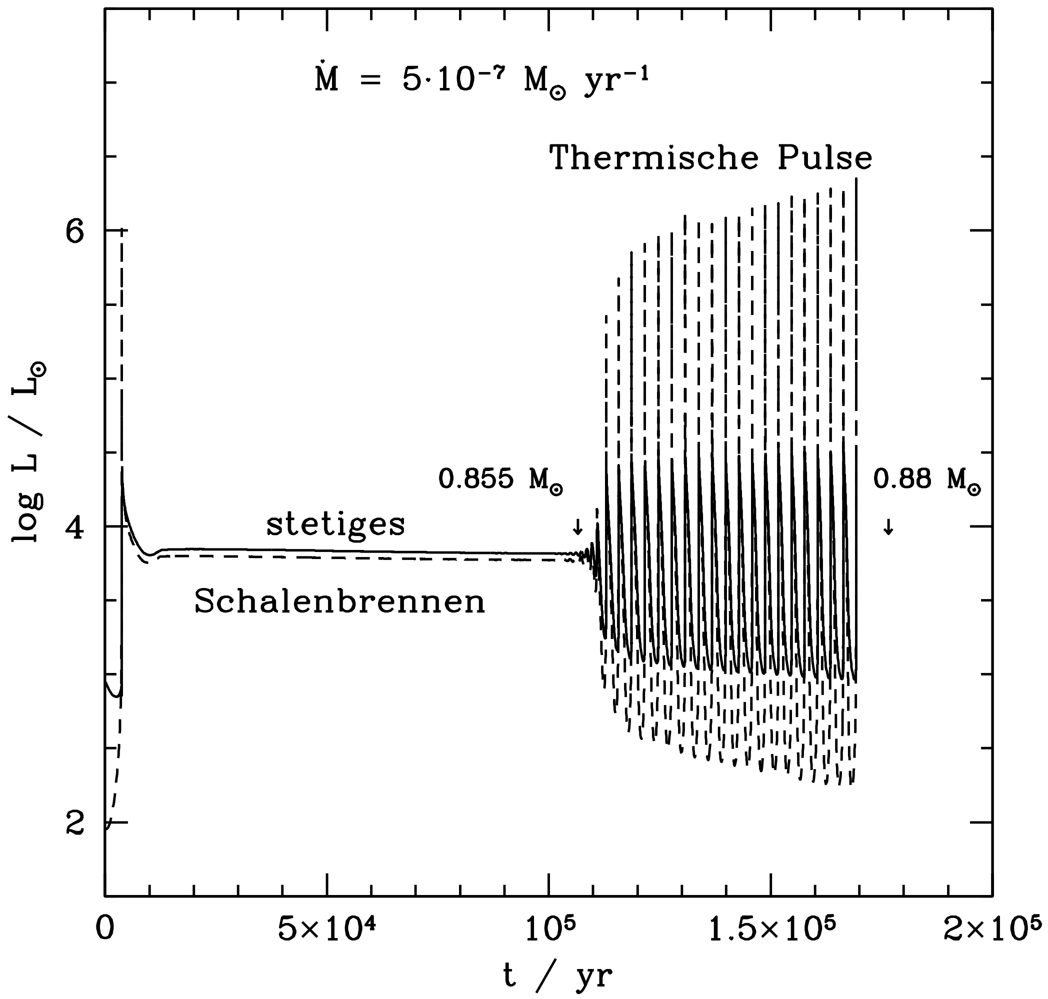

Abbildung 4.26: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L3. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Während des stetigen Helium-Schalenbrennens wächst die Kernmasse des Weißen Zwerges von 0.8 auf 0.855 $M_{\odot}$ (Pfeile). Nach etwa 10^5 Jahren setzen die Thermischen Pulse ein, während der die Kernmasse auf 0.885 $M_{\odot}$ wächst. Im 21. Puls stößt der Weiße Zwerg an sein EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Am Anfang der Sequenz findet ein Flash unter leicht entarteten Bedingungen statt.

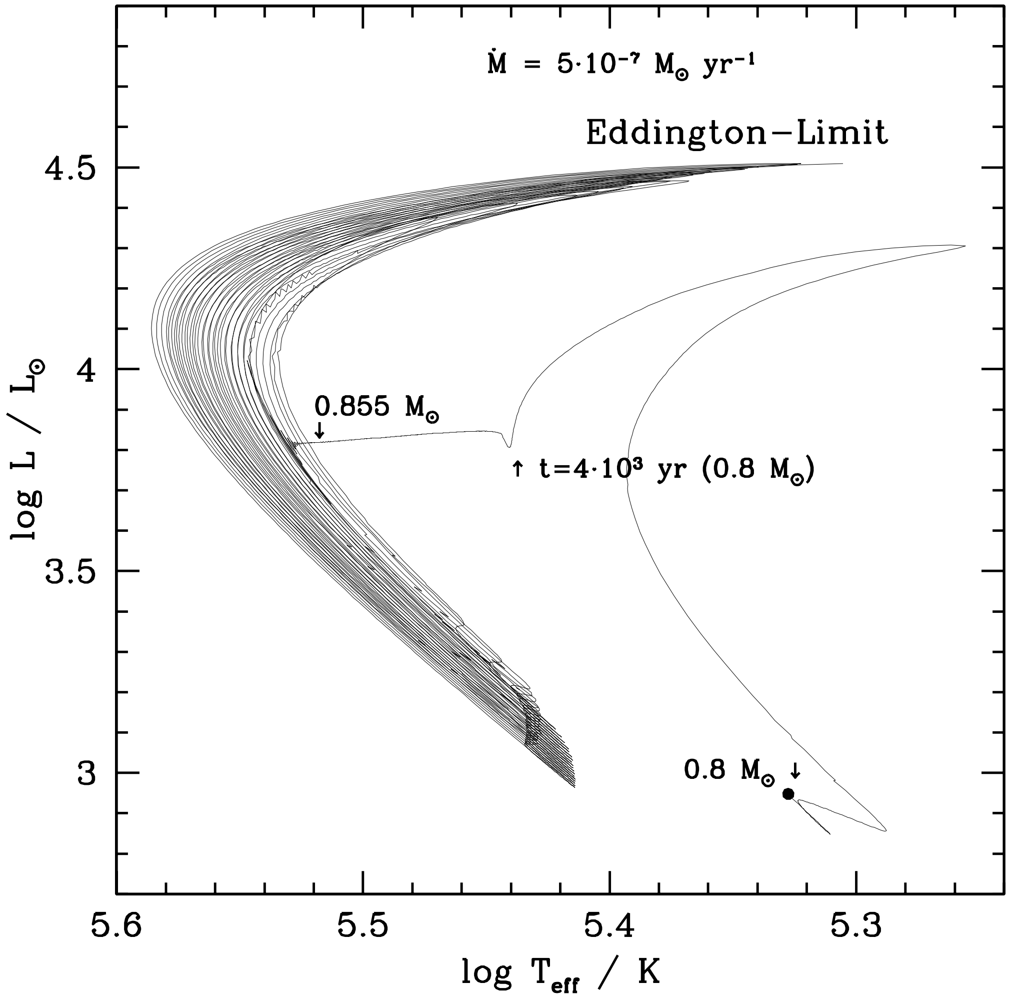

Abbildung 4.27: Entwicklungsweg im HRD bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L3. Das stetige Helium-Schalenbrennens findet bei nahezu konstanter Leuchtkraft statt, lediglich die Temperatur steigt an. Die Kernmasse des Weißen Zwerges wächst von 0.8 auf 0.855 $M_{\odot}$ (Pfeile). Nach etwa 10^5 Jahren setzen die Thermischen Pulse ein, während der die Kernmasse auf 0.885 $M_{\odot}$ wächst. Im 21. Puls stößt der Weiße Zwerg bei einer Leuchtkraft von log $L/L_{\odot} \approx 4.5$ und einer Temperatur von log $T \approx 5.3$ an sein Eddington-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Das Startmodell ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Am Anfang der Sequenz findet ein Flash unter leicht entarteten Bedingungen statt.

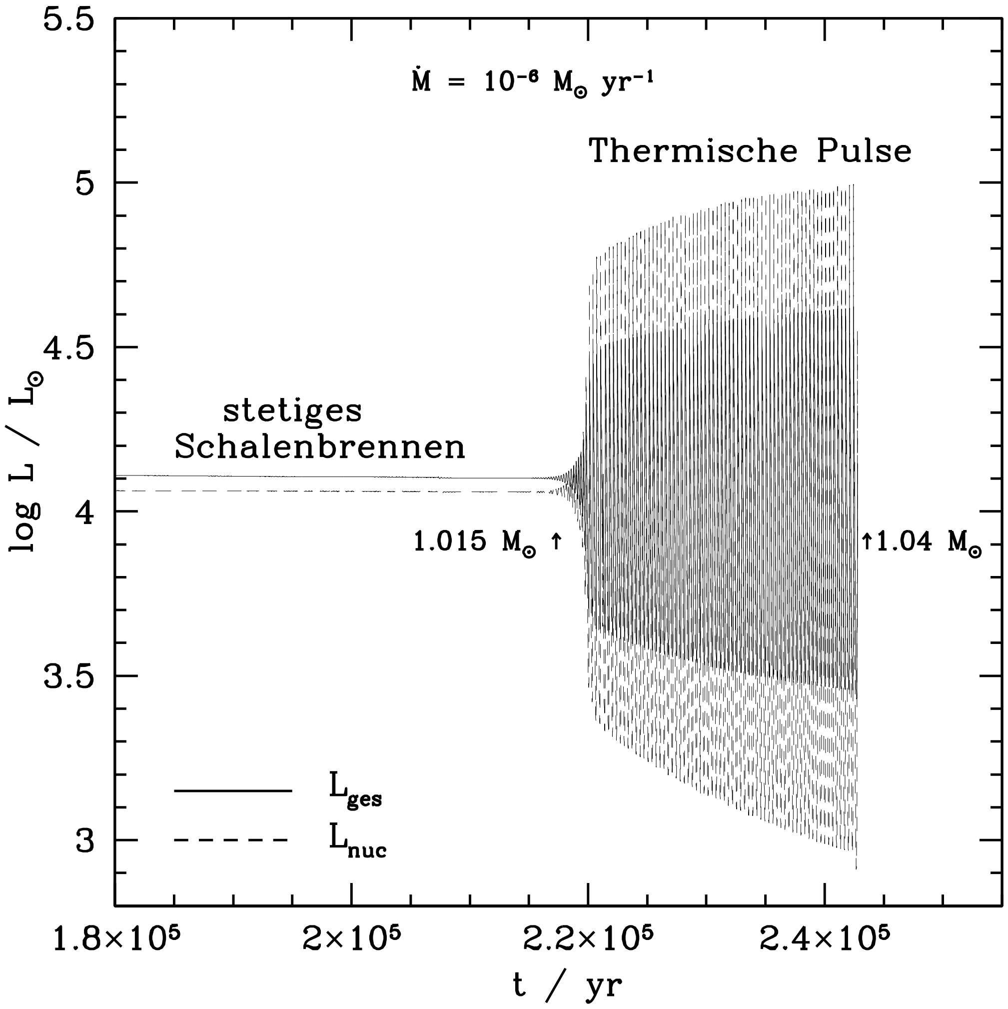

Abbildung 4.28: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ auf das Ausgangsmodell L3. Dargestellt sind Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt). Während des stetigen Helium-Schalenbrennens wächst die Kernmasse des Weißen Zwerges von 0.8 auf 1.019 $M_\odot$ (Pfeil). Nach etwa $2.19 \cdot 10^5$ Jahren setzen die Thermischen Pulse ein, während der die Kernmasse auf 1.043 $M_\odot$ wächst. Es treten 66 Pulse auf. Am Anfang der Sequenz findet ein Flash unter leicht entarteten Bedingungen statt, in dem die nukleare Leuchtkraft fast bis auf 10^6 $L_\odot$ steigt, in den Thermischen Pulsen steigt sie nur bis auf 10^5 $L_\odot$.

sind, kommt es zu einem Flash, in dem die nuklearer Leuchtkraft bis auf log $L/L_\odot \approx 8.5$ steigt. Beim Einsetzen des Flashs ist der Entartungsgrad des Heliums bei allen Sequenzen etwa gleich groß (α=0.9 und δ=0.9), so dass auch die Stärke der Flashs in etwa gleich groß ist. Bei der größten Akkretionsrate $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ ist bereits nach $3{\cdot}10^3$ Jahren eine genügend dicke Schicht Helium akkretiert worden, so dass es zum explosiven Zünden des Heliums kommt. Bei der kleinsten Akkretionsrate $\dot{M} = 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ dauert es $3{\cdot}10^4$ Jahre, bis es zur Explosion kommt. Im Flash stoßen die Weißen Zwerge an ihr Eddington-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. In Tabelle 4.7 sind Masse, Leuchtkraft, Radius und Hüllenmasse des jeweils letzten Modells der Sequenzen sowie die Zeit bis zum Einsetzen des Flashs aufgelistet.

$\dot{M}/M_\odot\, yr^{-1}$	$M/M_\odot$	Δt/yr	$M_{He}/10^{-2} M_\odot$	$R/R_\odot$	log $L/L_\odot$
1	2	3	4	5	6
$3 \cdot 10^{-6}$	0.80318	$1.059{\cdot}10^3$	1.282	0.45	4.269
$1 \cdot 10^{-6}$	0.80285	$2.859{\cdot}10^3$	1.250	0.36	4.248
$5 \cdot 10^{-7}$	0.80276	$5.522{\cdot}10^3$	1.240	0.31	4.235
$1 \cdot 10^{-7}$	0.80288	$2.876{\cdot}10^4$	1.252	0.39	4.242

Tabelle 4.7: Charakteristische Größen der jeweils letzten Modelle der vom Modell L2 ausgehenden Akkretionssequenzen. Spalte 1: Akkretionsrate, Spalte 2: Sternmasse, Spalte 3: Zeitspanne bis zum Erreichen des Eddington-Limits, Spalte 4: Helium-Hüllenmasse, Spalte 5: Sternradius, Spalte 6: Sternleuchtkraft

Abbildung 4.30 zeigt den Entwicklungsweg vom Ausgangsmodell L2 im HRD, bei einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$. Das Startmodell ist mit einem Punkt gekennzeichnet. Die Leuchtkraft steigt über einen Zeitraum von $2.834{\cdot}10^3$ Jahren an. Dann setzt der Flash ein und die Gesamtleuchtkraft sinkt leicht. Im Flash steigt die Leuchtkraft innerhalb von 25 Jahren auf log $L/L_\odot = 4.248$ und der Stern stößt an sein Eddington-Limit.

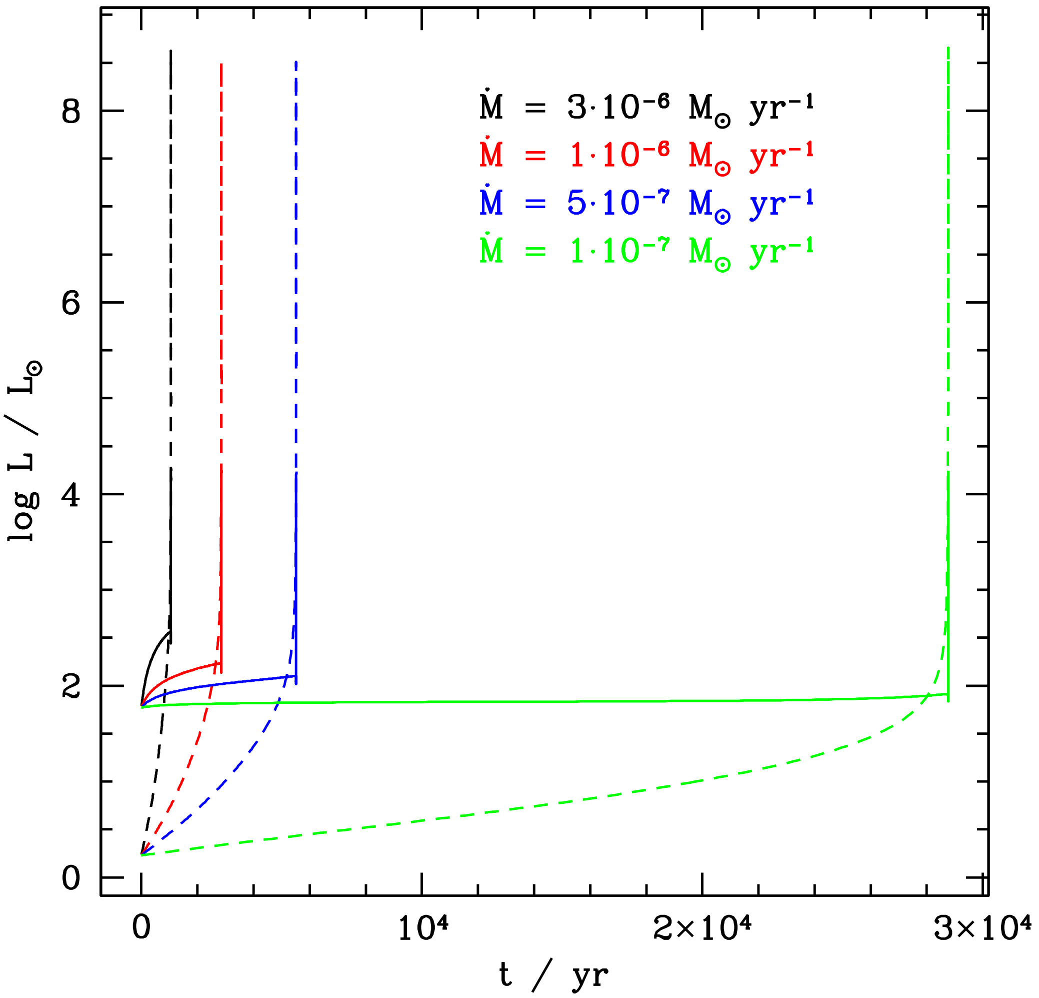

Abbildung 4.29: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft für die vom Modell L2 ausgehenden Akkretionssequenzen. Dargestellt sind jeweils Gesamtleuchtkraft (durchgezogen) und nukleare Leuchtkraft (gestrichelt) für die Sequenzen mit Akkretionsraten von $\dot{M} = 3 \cdot 10^{-6}$ (schwarz), 10^{-6} (rot), $5 \cdot 10^{-7}$ (blau) und $1 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ (grün). Auf Grund der Entartung der Materie in der Schalenquelle setzt ein Flash ein, in dem die nukleare Leuchtkraft bis auf log $L/L_{\odot} \approx 8.5$ steigt und die Sterne an ihr EDDINGTON-Limit stoßen.

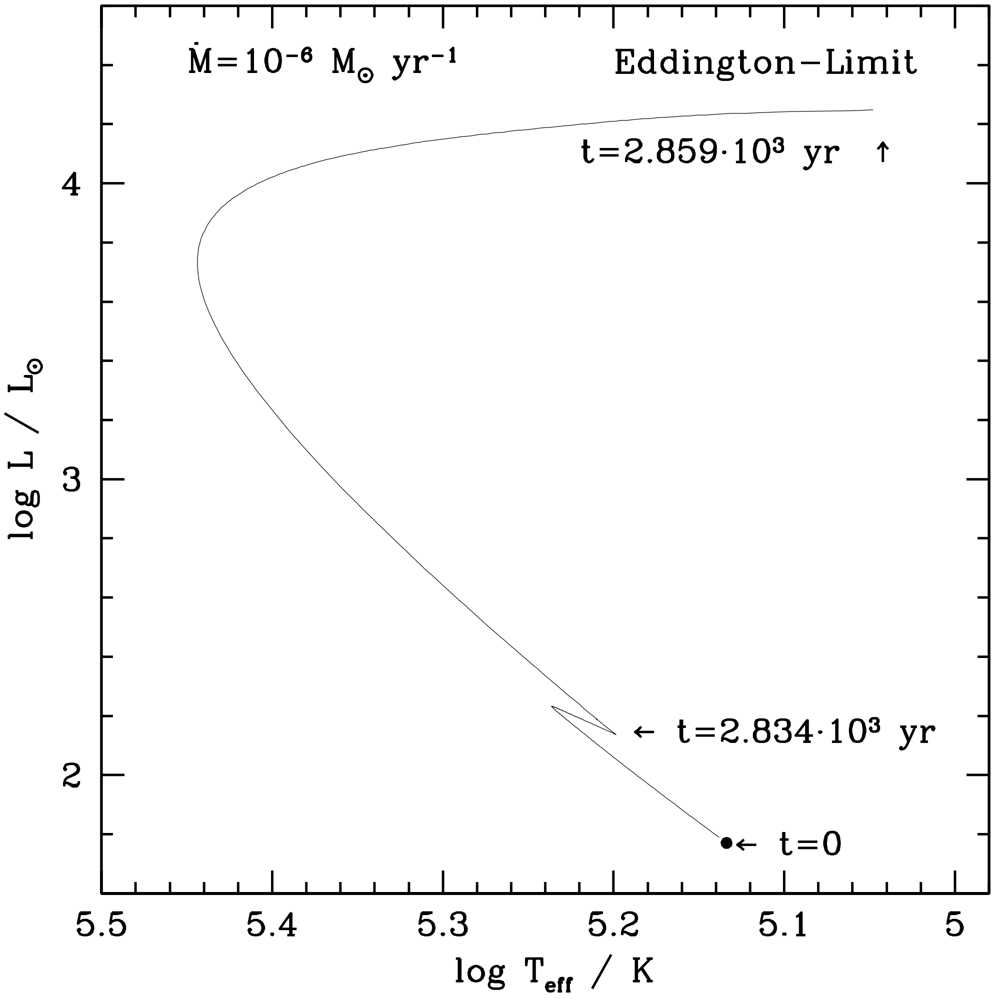

Abbildung 4.30: Entwicklungsweg im HRD für die Sequenz mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ vom Modell L2 ausgehend. Das Anfangsmodell ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Die Leuchtkraft steigt über einen Zeitraum von $2.834{\cdot}10^3$ Jahren. Kurz bevor der Flash einsetzt, sinkt sie kurzzeitig ab. Innerhalb von 25 Jahren steigt sie im Flash dann auf $\log \mathrm{L/L_{\odot}} = 4.248$ und der Stern stößt an sein Eddington-Limit.

4.4 Vergleich ausgewählter Sequenzen

Um einen vollständigen Überblick über die möglichen Entwicklungswege der akkretierenden Weißen Zwerge zu gewinnen, wurde der Parameterraum, bestehend aus anfänglicher Weißer-Zwerg-Masse $M_{WD,i}$, Helium-Akkretionsrate $\dot{M}$ und Effektivtemperatur (Alter) des Weißen Zwerges zu Beginn der Akkretion, untersucht.
In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Abhängigkeit der Entwicklungswege der Weißen Zwerge von der Akkretionsrate $\dot{M}$ betrachtet. Es wurde festgestellt, dass bei Akkretion von Helium mit Raten zwischen $\dot{M} = 10^{-6}$ und $4 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf Ausgangsmodelle, bei denen die Helium-Schalenquelle noch einen signifikanten Beitrag zur Gesamtleuchtkraft des Sterns liefert (L4, L3 und M6), eine Phase stetigen Helium-Schalenbrennens stattfindet, an die sich eine Phase Thermischer Pulse anschließt. Je größer die Akkretionsrate ist, desto länger dauert die Phase des stetigen Schalenbrennens und umso mehr Masse kann der Weiße Zwerg akkretieren. Während des Schalenbrennens sinkt die Masse der Heliumhülle. Wenn sie eine bestimmte geometrische Dicke unterschreitet, wird das Schalenbrennen instabil und die Thermischen Pulse setzen ein. Während dieser Phase steigt der Radius der Sterne auf maximal 0.2 $R_{\odot}$ an. Für Doppelsternsysteme, bestehend aus einem Weißen Zwerg von 0.6 oder 0.8 $M_{\odot}$ und einem Hauptreihenstern, beträgt der ROCHE-Radius in Abhängigkeit des Bahnabstandes a der Systeme nach Gleichung (4.19) zwischen 1 und 3 $R_{\odot}$.
Den ROCHE-Radius kann man unter der Annahme von Kreisbahnen und der Approximation der Sterne als Punktmassen nach Eggleton (1983) durch

$$R_{\text{Roche}} \approx a \left(\frac{0.49\, q^{2/3}}{0.6\, q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})} \right) \quad , \tag{4.19}$$

näherungsweise berechnen, wobei $q = \frac{M_1}{M_2}$ das Massenverhältnis der Doppelsternmitglieder ist. Für ein Doppelsternsystem bestehend aus einem Hauptreihenstern von 2.1 $M_{\odot}$ und einem Weißen Zwerg von 0.8 $M_{\odot}$ mit einer Umlaufperiode von 0.59 Tagen – das entspricht einem Bahnabstand von $a = 2.937 \cdot 10^{11}$ cm – erhält man einen ROCHE-Radius von 2 $R_{\odot}$. Selbst bei den Akkretionsrechnungen auf das kühlere Ausgangsmodell L2, bei denen es auf Grund der Entartung der Materie zu einem Flash kam, stieg der Radius nur auf maximal 0.45 $R_{\odot}$. Während der Thermischen Pulse bleibt die Ausdehnung der Hülle also immer kleiner als der ROCHE-Radius, so dass es zu keinem Massenverlust kommt und die Masse des Weißen Zwerges weiterhin anwachsen kann.

Jetzt soll noch einmal die Abhängigkeit der Entwicklungssequenzen vom Alter der Ausgangsmodelle zusammengefaßt werden. In Abbildung 4.31 sind die

Entwicklungswege im HRD für alle Ausgangsmodelle des Weißen Zwerges von 0.8 $M_\odot$, auf die Helium mit einer Rate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ akkretiert worden ist, dargestellt. Das kühlste Ausgangsmodell L2 ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Wie in Abschnitt 4.3 beschrieben kommt es auf Grund der Entartung der Materie in der Schalenquelle nach etwa $5.5{\cdot}10^3$ Jahren zu einem Flash, in dem die Leuchtkraft bis auf log $L/L_\odot = 4.248$ steigt und der Stern an sein EDDINGTON-Limit stößt. In den Sequenzen, die von den Startmodellen L4 und L3 ausgehen, akkretiert der Weiße Zwerg während der Phase des stetigen Helium-Brennens etwa 0.05 $M_\odot$. Nach etwa 10^5 Jahren setzten die Thermischen Pulse ein. Das stetige Schalenbrennen findet bei der gleichen mittleren nuklearen Leuchtkraft statt und auch die Amplituden der Leuchtkräfte in den Thermischen Pulsen sind gleich groß (Abbildung 4.18 und 4.26).

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den Sequenzen tritt nur zu Beginn der Akkretionsphase auf: Bei der Sequenz, die vom Ausgangsmodell L2 startet, kommt es wie in Abschnitt 4.2.2 beschrieben auf Grund der leichten Entartung des Materials zu einem Flash. Danach stellt sich jedoch, genau wie bei der Sequenz, die vom Ausgangsmodell L4 startet, ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein. Auf Grund des höheren Alters der Modelle L3 und L2 gegenüber L4 ist auch der Entartungsgrad in diesen Modellen größer. In Abschnitt 4.2.2 wurde bereits festgestellt, dass bei den Modellsequenzen, die von älteren Ausgangsmodellen starten, die Zentraldichte am Ende der Phase des stetigen Brennens um etwa 1% größer ist und das Temperaturmaximum nicht so tief im Sterninneren liegt wie bei den Sequenzen, die vom Modell L4 aus starten.

In Abbildung 4.32 ist die Entwicklung von Zentraltemperatur und Zentraldichte der Sequenzen mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ von den Modellen L4 und L3 ausgehend abgebildet. Vom Modell L4 ausgehend steigt die Zentraldichte kontinuierlich durch die Phase des stetigen Schalenbrennens hindurch, d.h. die Entartung steigt und die Zentraltemperatur sinkt. Das Ausgangsmodell L3 hat eine etwas höhere Zentraldichte und eine kleinere Zentraltemperatur, ist also etwas stärker entartet als L4. Durch die Akkretion von Helium kommt es jedoch wie bereits beschrieben am Anfang der Sequenz zu einem Flash, in dem die Entartung durch die plötzliche Temperaturerhöhung aufgehoben wird. Die Dichte sinkt leicht und ist bei gegebener Kerntemperatur nun sogar etwas kleiner als bei der Sequenz, die vom Modell L4 ausging. Danach steigt sie aber wieder kontinuierlich und die Zentraltemperatur nimmt ab. Wenn die Masse der Sterne auf etwa 0.85 $M_\odot$ zugenommen hat, setzen die Thermischen Pulse ein. In Abbildung 4.32 sieht man unterhalb einer Zentraltemperatur von log $T_c \approx 8.05$ K ein leichtes Variieren der Zentraldichten und Zentraltemperaturen.

Die Phase der Thermischen Pulse dauert bei der L3-Sequenz mit $5.9 \cdot 10^4$ Jah-

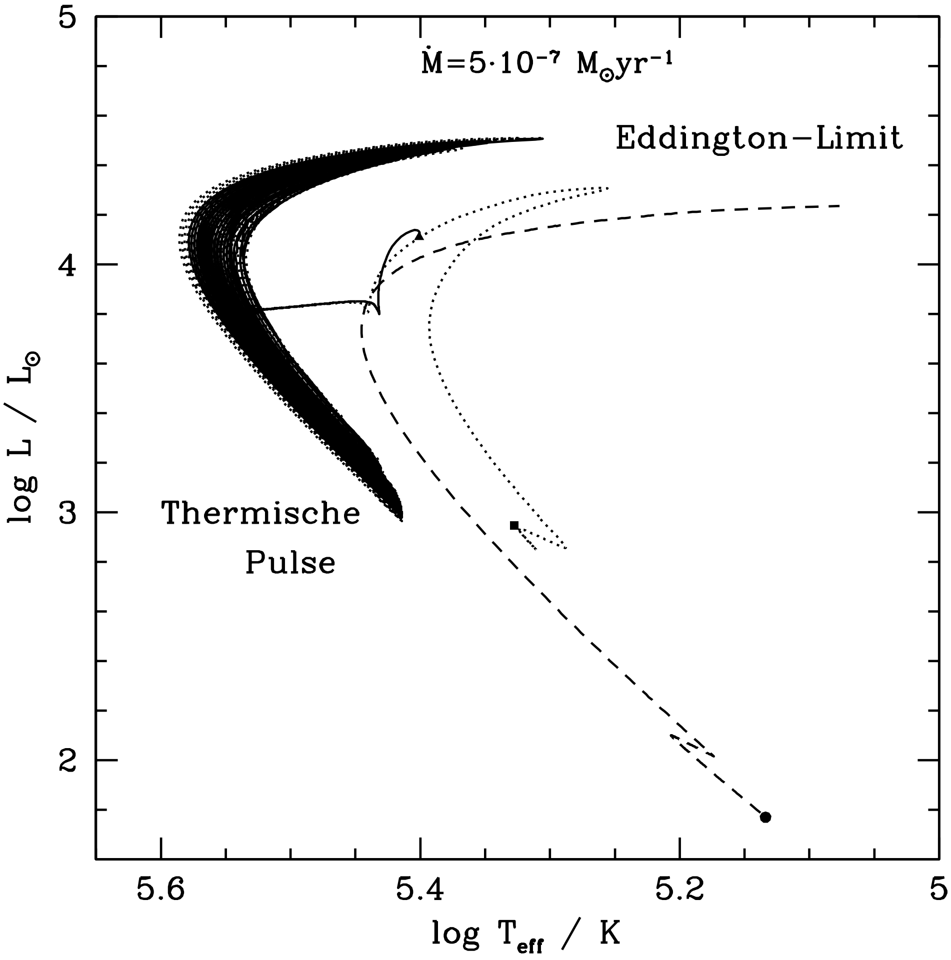

Abbildung 4.31: Entwicklungsweg im HRD bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf einen Weißen Zwerg von 0.8 $M_{\odot}$ für die Ausgangsmodelle L4, L3 und L2. Das Ausgangsmodell L2 ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Auf Grund der Entartung des Materials kommt es zu einem Flash, in dem die Leuchtkraft bis auf $\log L/L_{\odot} = 4.248$ steigt und der Stern an sein EDDINGTON-Limit stößt. Das Ausgangsmodell L3 ist durch ein Quadrat und L4 durch ein Dreieck gekennzeichnet. Bei der Sequenz vom Modell L3 ausgehend findet ein Flash auf Grund der leichten Entartung des Materials statt. Dann stellt sich jedoch genau wie bei der Sequenz, die vom Modell L4 ausgeht, ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein. Die Weiße-Zwerg-Masse wächst in der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens bis auf 0.85 $M_{\odot}$ und in der Thermischen-Puls-Phase bis auf 0.88 $M_{\odot}$. Im 21. bzw 17. Puls stoßen die Sterne an ihr EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen.

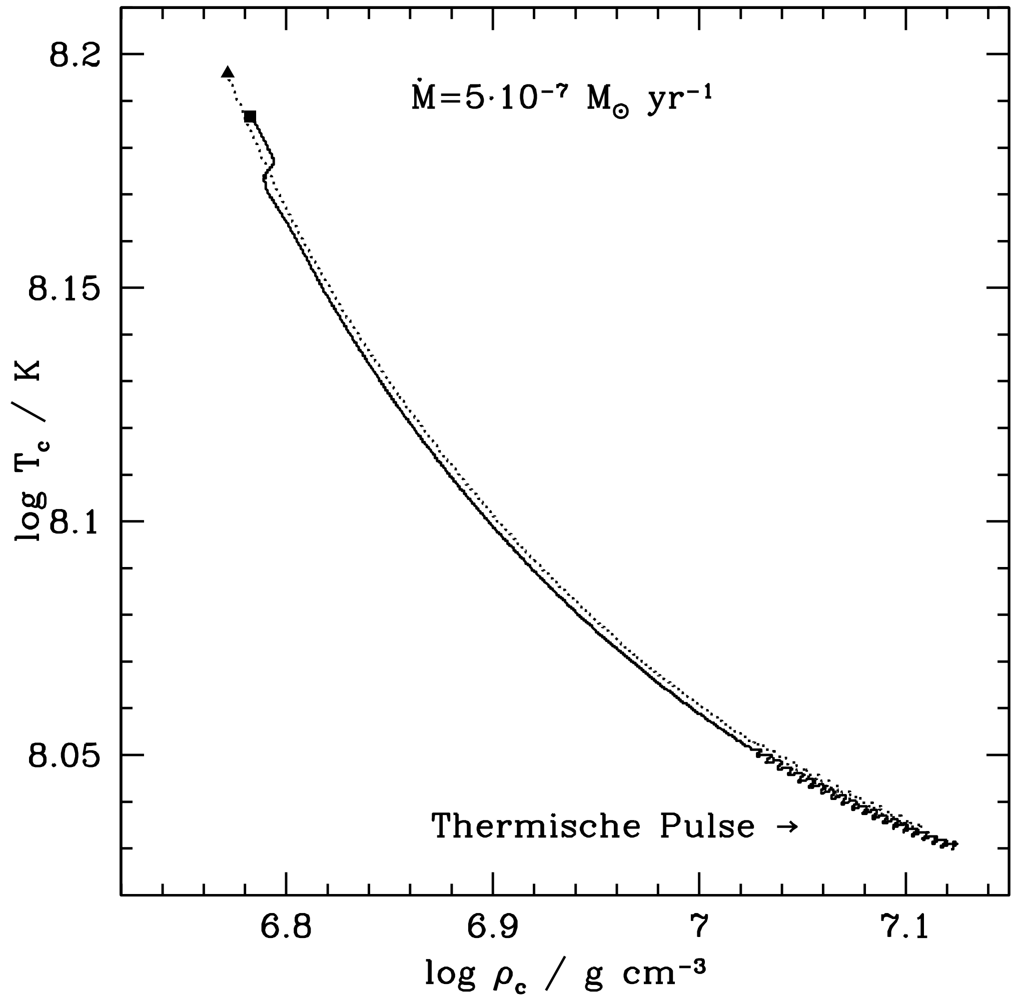

Abbildung 4.32: Zentraltemperatur über Zentraldichte für zwei Sequenzen mit einer Akkretionsrate von $5 \cdot 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ von den Modellen L4 und L3 des Weißen Zwerg von 0.8 $M_\odot$ ausgehend. Das Startmodell L4 ist durch ein Dreieck gekennzeichnet, das Modell L3 durch ein Quadrat. Durch den Anfangsflash bei der L3-Sequenz sinkt die Zentraldichte. Die Sternmassen vergrößern sich durch stetiges Helium-Schalenbrennen auf etwa 0.85 $M_\odot$. Unterhalb einer Zentraltemperatur von log $T_c \approx 8.05$ K setzen Thermische Pulse ein.

ren etwas länger als bei der L4-Sequenz und der Weiße Zwerg akkretiert etwa $10^{-3}\,M_\odot$ mehr Masse. Im ersten Fall treten 21 Pulse auf, im letzteren 17. Die Rechnungen werden abgebrochen, wenn die Sterne im letzten Thermischen Puls an ihr EDDINGTON-Limit stoßen. Abbildung 4.33 zeigt die Entwicklungswege im HRD für alle Ausgangsmodelle des Weißen Zwerges von 0.8 $\mathrm{M}_\odot$, auf die Helium mit einer Rate von $\dot{M} = 10^{-6}\,M_\odot\,yr^{-1}$ akkretiert worden ist. Die Sequenzen verhalten sich qualitativ genauso, wie eben für die Akkretion mit $\dot{M} = 5\cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ beschrieben. Von den Startmodellen L4 und L3 ausgehend wächst der Weiße Zwerg durch die Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens und der Thermischen Pulse auf 1.04 $\mathrm{M}_\odot$ an.

Neben Akkretionsrate und Alter des Ausgangsmodells sollte auch noch die Abhängigkeit von der Anfangsmasse des Weißen Zwerges untersucht werden. In Abbildung 4.34 ist die zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft für Helium-Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 4\cdot 10^{-7}\,M_\odot\,yr^{-1}$ auf Sterne mit $\mathrm{M}_{\mathrm{WD,i}} =$ 0.6 (Kapitel 4.2.1) und 0.8 $\mathrm{M}_\odot$ (Kapitel 4.2.2), M6 und L4 in Tabelle 4.1 dargestellt. In diesen Modellen herrscht ein thermisches Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft. Vom Modell M6 ausgehend vergrößert der Stern seine Masse durch stetiges Helium-Schalenbrennen innerhalb von $6{\cdot}10^5$ Jahren um 0.24 $\mathrm{M}_\odot$ auf 0.84 $\mathrm{M}_\odot$. Dann ist die Heliumschale geometrisch so dünn geworden, dass das Schalenbrennen instabil wird und Thermische Pulse einsetzen. Bei dieser Sequenz wurde die Rechnung zu Beginn der Thermischen Pulse abgebrochen.

Vom Modell L4 des Sterns mit 0.8 $\mathrm{M}_\odot$ ausgehend wächst die Masse des Sterns durch die Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens hindurch innerhalb von $7{\cdot}10^4$ Jahren um 0.03 $\mathrm{M}_\odot$ und während der Thermischen-Puls-Phase nochmals um 0.01 $\mathrm{M}_\odot$ auf insgesamt 0.84 $\mathrm{M}_\odot$. Im 8. Puls stößt der Stern an sein EDDINGTON-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Im Ausgangsmodell M6 ist die Dicke der Helium-Hülle $M_{\mathrm{He}} \approx 5.2\,10^{-2}\,M_\odot$ um einen Faktor 5 größer als beim Ausgangsmodell L4 mit $M_{\mathrm{He}} \approx 1.2\,10^{-2}\,M_\odot$. In Abbildung 4.35 sieht man, dass die Masse der Helium-Hülle vom Ausgangsmodell M6 aus erst auf $7.5{\cdot}10^{-2}$ $\mathrm{M}_\odot$ ansteigt, bevor sie abnimmt. Erst wenn die Kernmasse schon auf 0.74 $\mathrm{M}_\odot$ gestiegen ist, nimmt die Masse der Helium-Schale ab. In Abbildung 4.34 sieht man, dass die Leuchtkraft über diesen Zeitraum hinweg steigt. Nach einer Zeitspanne von etwa $4.5{\cdot}10^5$ Jahren kommt es zu einem Absinken der Leuchtkraft. Die Kernmasse ist bis zu diesem Zeitpunkt auf 0.76 $\mathrm{M}_\odot$ angewachsen. Durch die große Energieproduktion in der Schalenquelle nimmt jetzt jedoch die Masse der Helium-Hülle ab. Da nun weniger Material über der Schalenquelle liegt, nimmt auch der Druck ab und damit die Temperatur in der Schalenquelle. Da die Energieerzeugungsrate des Helium-Brennens stark temperaturabhängig ist, sinkt die Energieproduktion und damit auch die Leuchtkraft des Sterns.

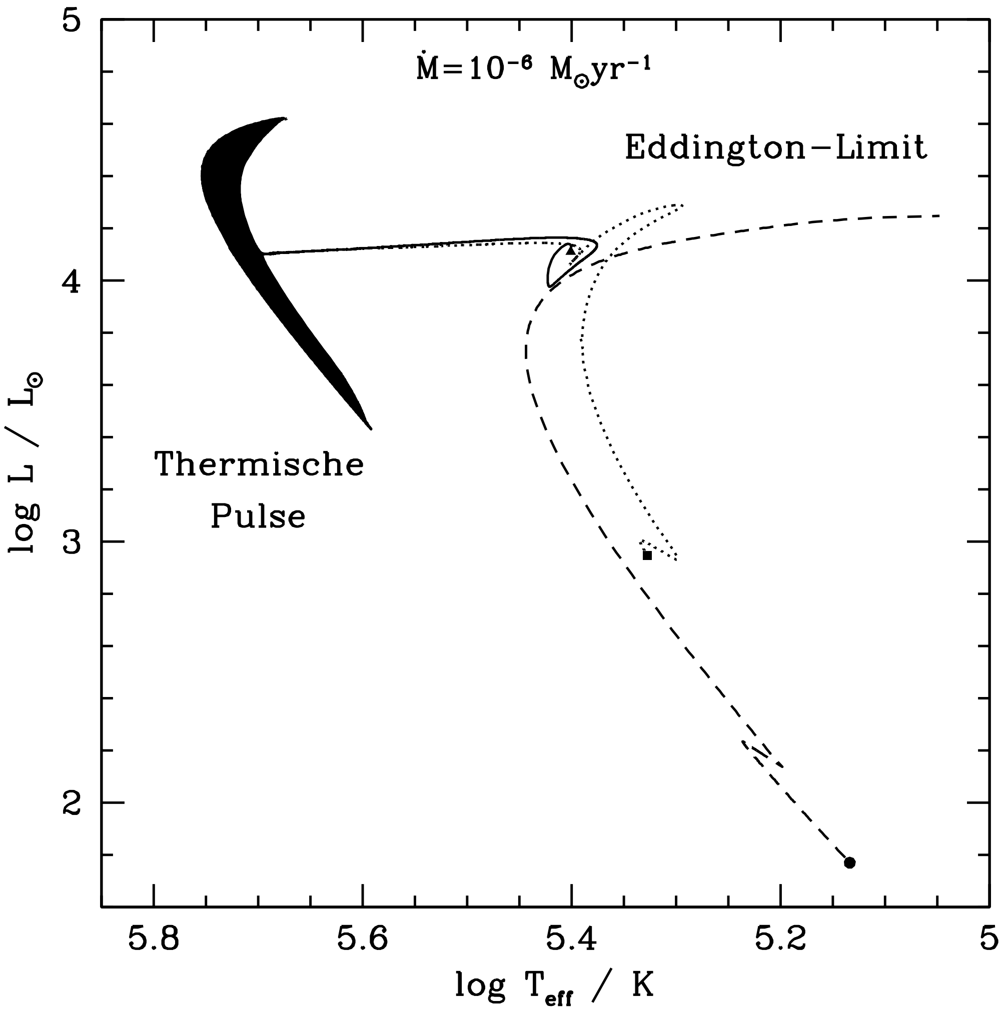

Abbildung 4.33: Entwicklungsweg im HRD bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ auf einen Weißen Zwerg von 0.8 $M_\odot$ für die Ausgangsmodelle L4, L3 und L2. Das Ausgangsmodell L2 ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Auf Grund der Entartung des Materials kommt es zu einem Flash, in dem die Leuchtkraft bis auf $\log L/L_\odot = 4.269$ steigt und der Stern an sein EDDINGTON-Limit stößt. Das Ausgangsmodell L3 ist durch ein Quadrat und L4 durch ein Dreieck gekennzeichnet. Bei der Sequenz vom Modell L3 ausgehend findet ein Flash auf Grund der leichten Entartung des Materials statt. Dann stellt sich jedoch genau wie bei der Sequenz, die vom Modell L4 ausgeht, ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein. Die Weiße-Zwerg-Masse wächst in der Phase des stetigen Helium-Schalenbrennens bis auf 1.02 $M_\odot$ und in der Thermischen-Puls-Phase bis auf 1.04 $M_\odot$.

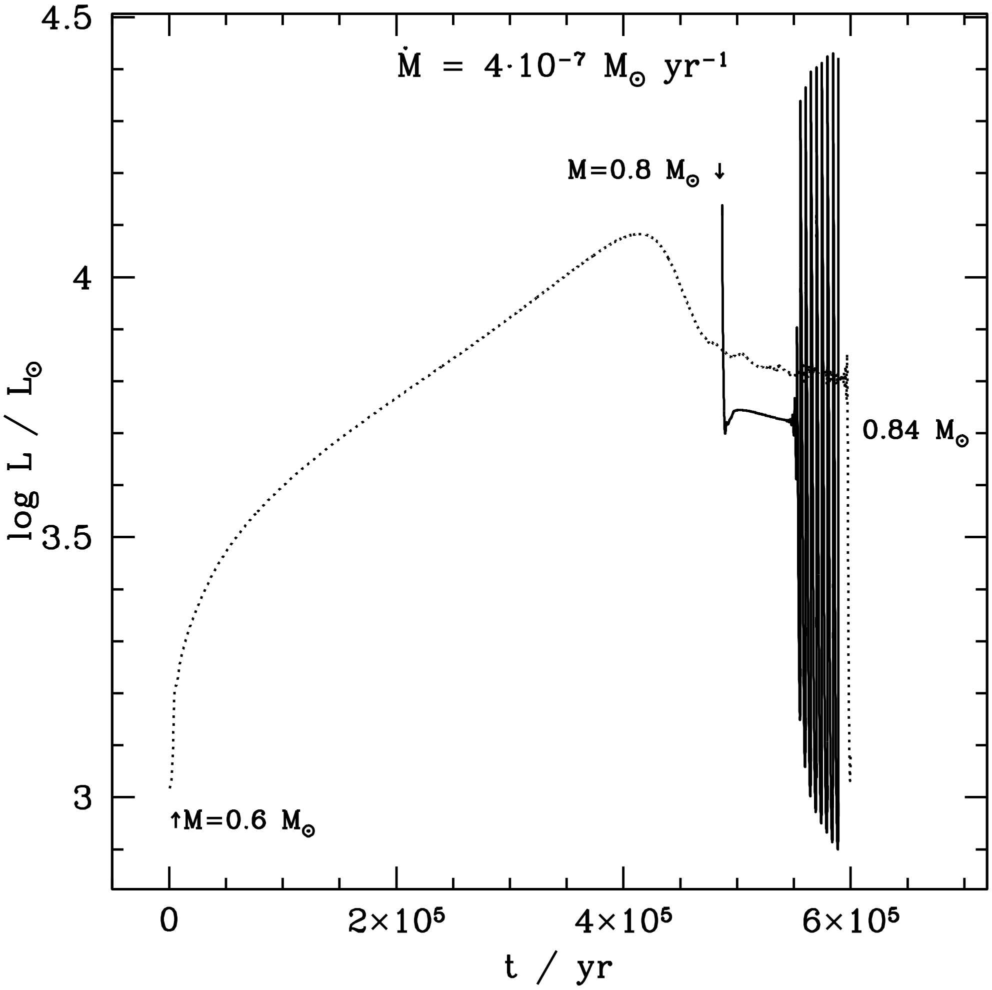

Abbildung 4.34: Zeitliche Entwicklung der Leuchtkraft bei Akkretion mit einer Rate von $\dot{M} = 4 \cdot 10^{-7}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ auf die Ausgangsmodelle M6 (gepunktet) und L4 (durchgezogen). Während des stetigen Helium-Schalenbrennens wächst die Kernmasse des Weißen Zwerges mit der Startmasse von 0.6 auf 0.84 $M_{\odot}$. Nach etwa $6 \cdot 10^5$ Jahren setzen die Thermischen Pulse ein. An dieser Stelle wurde die Rechnung abgebrochen. Vom Startmodell des Weißen Zwerges von 0.8 $M_{\odot}$ wächst die Masse während des stetigen Schalenbrennens in $7 \cdot 10^4$ Jahren auf 0.83 $M_{\odot}$ und in den Thermischen Pulsen auf um weitere 0.01 $M_{\odot}$ auf insgesamt 0.84 $M_{\odot}$. Im 8.Puls stößt der Stern an sein Eddington-Limit und die Rechnung wird abgebrochen. Um die unterschiedlichen Anfangsmassen hervorzuheben, wurde die Zeitachse der Sequenz des Weißen Zwerges mit 0.8 $M_{\odot}$ so verschoben, dass sie an dem Zeitpunkt anfängt, an dem der anfängliche Weiße Zwerg von 0.6 $M_{\odot}$ schon auf 0.8 $M_{\odot}$ angewachsen ist.

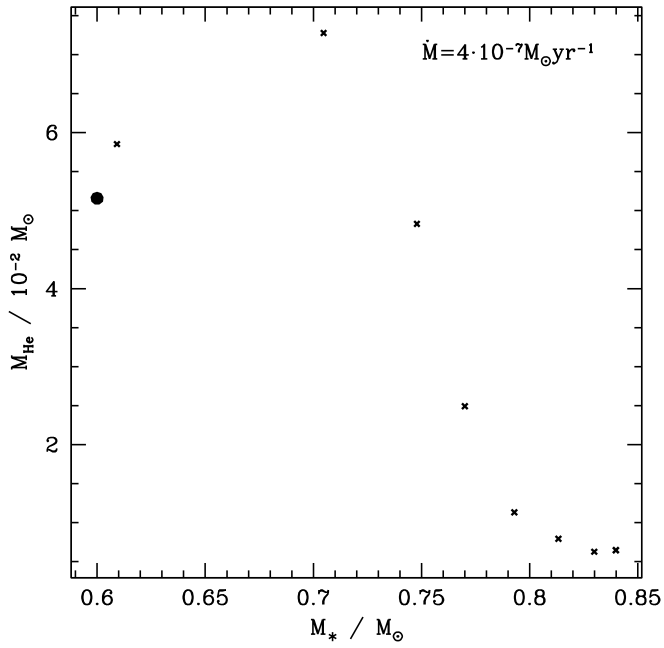

Abbildung 4.35: Helium-Hüllenmasse über Sternmasse für die Sequenz mit einer Akkretionsrate von $\dot{M} = 4 \cdot 10^{-7}\ M_{\odot}\ yr^{-1}$ vom Modell des Weißen Zwerges mit 0.6 $M_{\odot}$ ausgehend. Die anfängliche Hüllenmasse ist durch einen Punkt gekennzeichnet. Während der Akkretion steigt die Hüllenmasse erst an und nimmt dann wieder ab.

Es soll noch einmal darauf hingewiesen werden, dass die Entwicklungssequenzen in Kapitel 4.2.1 ausgehend von dem Stern mit 0.6 $M_{\odot}$ mit der unkorrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet worden sind (Abschnitt 4.2.2) und somit die Ergebnisse nur qualitativ betrachtet werden sollten. Quantitativ ergaben sich bei Testrechnungen Unterschiede in der Leuchtkraft bis zu 29% (Abbildung 4.4 in Abschnitt 4.2.2). In Abschnitt 4.2 wurde bereits erklärt, dass das Absinken der Leuchtkraft zu Beginn der Sequenz, die vom Modell L4 ausgeht, darauf zurückzuführen ist, dass das Ausgangsmodell L4 noch mit der unkorrigierten Energieerzeugungsrate gerechnet wurde, die Leuchtkraft somit also überschätzt wurde, während bei Beginn der Akkretion mit der korrigierten Rate gerechnet worden ist.

Um eventuelle Unterschiede in Modellen gleicher Masse, die jedoch aus verschiedenen Entwicklungssequenzen hervorgegangen sind zu überprüfen, ist in Tabelle 4.8 aus den Sequenzen von M6 und L4 ausgehend je ein Modell bei M = 0.81 $M_{\odot}$ ausgewählt worden. Auf Grund der unterschiedlichen Vorgeschichten ist die Leuchtkraft des aus M6 entwickelten Modells größer als bei dem

Modell, welches von L4 aus berechnet worden ist. Auch bei den Unterschieden in den Hüllenmassen ist zu beachten, dass die Hüllenmasse im Ausgangsmodell M6 fünfmal größer war als bei L4. Das Temperaturmaximum ist im Modell aus der L4-Sequenz etwas höher und liegt weiter im Sterninneren.

Start	$M/M_\odot$	$\log L/L_\odot$	$T_{\rm eff}/K$	$T_c/10^8$ K	$\rho_c/10^6\, g\, cm^{-3}$
1	2	3	4	5	6
M6	0.8134	3.827	298 828	1.133	7.61
M8	0.8137	3.737	288 853	1.320	7.21

$R_{C/O}/10^8$cm	$M_{He}/10^{-3} M_\odot$	$T_{max}/10^8$K	$\rightarrow M_r/M_\odot$
7	8	9	10
8.858	7.93	3.111	0.6426
8.759	8.76	3.231	0.6154

Tabelle 4.8: Charakteristische Größen zweier Modelle eines Weißen Zwerges von 0.81 $M_\odot$, die mit einer Akkretionsrate von $4 \cdot 10^{-7}\, M_\odot\, yr^{-1}$ von den Ausgangsmodellen M6 und L4 berechnet worden sind. Spalte 1: Ausgangsmodell, Spalte 2: Sternmasse, Spalte 3: Sternleuchtkraft, Spalte 4: Effektivtemperatur, Spalte 5: Temperatur im Zentrum, Spalte 6: Dichte im Zentrum des Sterns, Spalte 7: Radius des C/O-Kerns, Spalte 8: Helium-Hüllenmasse, Spalte 9: Temperaturmaximum im Stern, Spalte 10: LAGRANGE-Massenkoordinate beim Temperaturmaximum.

In Abbildung 4.36 sind die Temperaturprofile der Sterne dargestellt. Die Zentraltemperatur ist beim Modell aus der L4-Sequenz größer als bei der M6-Sequenz, die Effektivtemperatur dagegen kleiner. Die Differenzen sind jedoch gering und dürften wohl vor allem auf die unterschiedliche chemische Zusammensetzung der Ausgangsmodelle zurückzuführen sein. (Im M6-Modell besteht der C/O-Kern aus 39% Kohlenstoff und 58% Sauerstoff, im L4-Modell aus 43% Kohlenstoff und 54% Sauerstoff.)

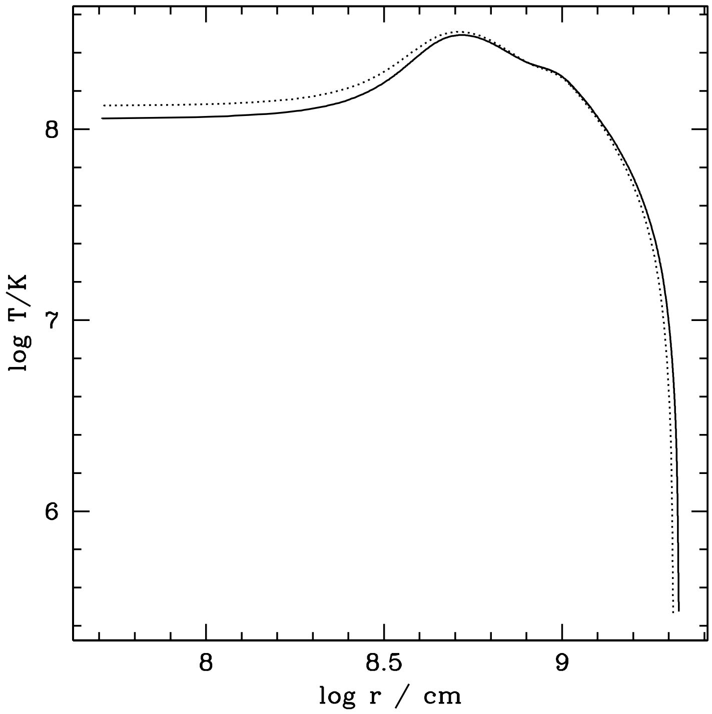

Abbildung 4.36: Temperatur über Radius für zwei Weiße Zwerge von 0.81 $M_\odot$ aus Sequenzen, denen die Startmodelle M6 (durchgezogen) und L4 (gepunktet) zu Grunde liegen.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass bei der Helium-Akkretion die Sequenzen den größten Massenzuwachs verzeichnen konnten, bei denen im Ausgangsmodell die Helium-Schalenquelle noch einen signifikanten Beitrag zur Gesamtleuchtkraft des Sterns ausmachte (L4, L3, M6). Von diesen Startmodellen ausgehend, konnten die Sequenzen mit Akkretionsraten zwischen $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}$ und $10^{-6}\, M_\odot\, yr^{-1}$ während der Phase des stetigen Brennens und der Thermischen Pulse die meiste Masse akkretieren. Bei zu hohen Akkretionsraten stießen die Sterne an ihr EDDINGTON-Limit, an dem die Rechnungen in der vorliegenden Arbeit abgebrochen werden mußten. Bei zu kühlen Ausgangsmodellen (L2), in denen das Material in der Schalenquelle schon stark entartet war oder bei zu kleinen Akkretionsraten, auf Grund derer das Material auf dem Weißen Zwerg entarten konnte, kam es zu einem starken Flash, in dem die Sterne ebenfalls an ihr EDDINGTON-Limit stießen.

Kapitel 5

Überblick über die Ergebnisse

In der vorliegenden Arbeit wurde die Entwicklung heliumakkretierender C/O-Weißer Zwerge untersucht. In Hinblick auf die Fragestellung nach möglichen Vorläufersystemen von Supernovae des Typs Ia, war von besonderem Interesse, ob die Weißen Zwerge ihre Masse bis zur CHANDRASEKHAR-Masse erhöhen können. Das Massenwachstum der Weißen Zwerge wurde in Abhängigkeit von den Parametern Anfangsmasse, Anfangsleuchtkraft und Akkretionsrate untersucht.

Der größte Massenzuwachs ergab sich bei Sequenzen, die von leuchtkräftigen Modellen ausgingen, in denen die Helium-Schalenquelle noch einen signifikanten Beitrag zur Gesamtleuchtkraft des Sterns lieferte und bei denen die Akkretionsrate zwischen $\dot{M} = 5 \cdot 10^{-7}$ und $10^{-6}\, M_{\odot}\, yr^{-1}$ lag. In diesen Sequenzen stellte sich in Abhängigkeit der Akkretionsrate ein thermisches Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ein und in einer Phase stetigen Helium-Schalenbrennens konnte die Masse der Sterne anwachsen. Mit zunehmender Akkretionsrate stiegen die mittlere Leuchtkraft während der Phase des stetigen Schalenbrennens, die Zeitspanne, die die Sterne in dieser Phase verbrachten und die Masse, um die der C/O-Kern anwachsen konnte. Während dieser Phase war die Rate, mit der das Helium in der Schalenquelle verbrannt wurde, etwas größer als die Rate, mit der das Helium akkretiert wurde. Es wurde damit etwas mehr Helium verbrannt, als durch die Akkretion pro Zeitschritt neu hinzukam. Daher nahm die Helium-Hüllenmasse in der Phase des stetigen Brennens ab. Wenn sie geometrisch so dünn geworden war, dass das Schalenbrennen nach Gleichung (4.4) instabil wurde, setzten die Thermischen Pulse ein.

Bei Akkretionsraten, die weit unterhalb der Rate lagen, mit denen das Helium in der Schalenquelle verbrannte, kam es auf Grund der langsamen Akkretion zur Entartung des Materials auf der Oberfläche. Nachdem sich eine so dicke Schicht Helium angesammelt hat, dass die Zündtemperatur erreicht wurde,

kam es zu einem Entartungsflash, in dem der Stern an sein Eddington-Limit stieß.
Bei älteren Ausgangsmodellen, in denen die Helium-Schalenquelle schon erloschen war, kam es zu keiner Phase stetigen Brennens, sondern es entwickelte sich auf Grund der Entartung des Materials ein Flash, in dem die Sterne an ihr Eddington-Limit stießen. Bei weniger stark entarteten Ausgangsmodellen, in denen die Helium-Schale zwar noch aktiv war, aber die nukleare Leuchtkraft weit unterhalb der Gesamtleuchtkraft lag, konnte die Entartung in einem Anfangsflash aufgehoben werden, so dass sich wieder ein Gleichgewicht zwischen nuklearer und Gesamtleuchtkraft ausbilden und der Stern durch stetiges Schalenbrennen seine Masse vergrößern konnte.
Diese Abhängigkeiten von Akkretionsrate und Alter wurden bei den Sequenzen aller Anfangsmassen festgestellt. Die Sternparameter wie Leuchtkraft und Temperatur hängen bei einer gegebenen Sternmasse nur geringfügig von der Vorgeschichte der Modelle ab. Wenn man einen Weißen Zwerg bis hin zur Chandrasekhar-Masse entwickeln will, sollte man also Startmodelle wählen, in denen das nukleare Schalenbrennen noch aktiv ist und die nukleare Leuchtkraft im Gleichgewicht mit der Gesamtleuchtkraft steht. Die Akkretionsrate sollte der Rate entsprechen, mit der die Masse in der Schalenquelle verbrennt, so dass sich zwischen Brennrate und Akkretionsrate ein Gleichgewicht einstellen kann.

5.1 Ausblick

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in ein größeres Forschungsgebiet ein, in dem die Vorläufersysteme von Supernovae des Typs Ia untersucht werde sollen. Das weiterreichende Ziel sollte sein, die Entwicklung von Doppelsternsystemen, die eine Weiße-Zwerg-Komponente enthalten, durch die Phase des Massenüberstroms hindurch selbstkonsistent zu berechnen. Dabei sollen Systeme gefunden werden, in denen der Weiße Zwerg durch Massenakkretion auf die Chandrasekhar-Masse anwachsen und als Supernova Ia explodieren kann. Mit genaueren Kenntnissen über Häufigkeit, Alter und mittlere Vorläufereigenschaften von Typ Ia Supernovae ist es möglich, Annahmen über Typ Ia Supernovae – wie sie zum Beispiel zum Erzielen kosmologischer Ergebnisse oder bei Fragen zur chemischen Entwicklung in der Galaxis gemacht werden müssen (Kapitel 1) – zu überprüfen.
In der vorliegenden Arbeit wurde nur die Weiße-Zwerg-Komponente betrachtet, auf die mit konstanten Raten Helium akkretiert wurde. Der Fall der Helium-Akkretion ist einfacher zu behandeln, als der der Wasserstoff-Akkretion, da sich nur eine Schalenquelle ausbilden kann, währenddessen sich im Fall der Wasserstoff-Akkretion durch stetiges Wasserstoff-Brennen eine Helium-

schicht unter der Wasserstoffschicht bilden kann, die ebenfalls zünden kann. Es gibt jedoch nur wenige in der Natur bekannte Systeme, wie die Canum-Venaticorum-Systeme, in denen Massentransfer von reinem Helium zwischen zwei Weißen Zwergen stattfindet (Provencal et al., 1995). Viel häufiger tritt Massentransfer von wasserstoffreicher Materie auf, so dass im nächsten Schritt Weiße-Zwerg-Modelle mit zwei Schalenquellen behandelt werden sollten.

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass die Dicke der Helium-Schalenquelle während der Phase des stetigen Schalenbrennens abnimmt. Ist die Schale geometrisch so dünn geworden, dass das Schalenbrennen instabil wird, treten Thermische Pulse auf. Zwar konnten die Sterne auch noch in der Phase der Thermischen Pulse Masse akkretieren, doch muss in dieser Phase auf Grund der starken Änderungen der Energieerzeugungsrate in den Pulsen der Zeitschritt sehr klein gewählt werden. Vom Standpunkt der aufzuwendenden Rechenzeit für die Modellierung akkretierender Weißer Zwerge sucht man daher nach Modellen, die möglichst viel Masse während der Phase des stetigen Brennens akkretieren. Die Abnahme der Hüllenmasse trat auch bei Wahl einer höheren konstanten Akkretionsrate auf. In Abschnitt 4.2.2 wurde bereits erwähnt, das die Massenüberstromraten in Doppelsternsystemen nicht konstant sondern zeitlich variabel sind (Deutschmann, 1998). Ein weiterer Schritt wäre also die Berechnung von Sequenzen mit zeitlich variablen Akkretionsraten.

In dieser Arbeit wurden die Rechnungen abgebrochen, wenn die Sterne an ihr EDDINGTON-Limit stießen. Tatsächlich würde sich jedoch vom Weißen Zwerg ausgehend ein Wind entwickeln, der so lange Materie fortträgt, bis die Sternleuchtkraft wieder unter die EDDINGTON-Leuchtkraft gefallen ist, so dass der Weiße Zwerg weiterhin an Masse wachsen kann. Durch die Implementation von Windmassenverlusten in das Sternentwicklungsprogramm könnten auch diese Sequenzen weiterentwickelt werden.

Literaturverzeichnis

Blöcker, T. (1993). Spätphasen der Sternentwicklung: AGB- und Post-AGB-Entwicklung, *(Dissertationsschrift). Universität Kiel.*

Blöcker, T. (1999). *persönliche Mitteilungen.*

Deutschmann, A. (1998). *Zur Metallizitätsabhängigkeit der Entwicklung von Typ Ia Supernova – Vorläufersystemen*, (Diplomarbeit). Universität Potsdam.

Eggleton, P.P. (1983). *Astrophys. J.*, **268**, 368.

Fisher, A. & Branch, D. (1999). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **304**, 67.

Fujimoto, M.Y. & Sugimoto, D. (1982). *Astrophys. J.*, **257**, 291.

Fujimoto, M.Y. & Taam, R.E. (1982). *Astrophys. J.*, **260**, 249.

Hashisu, I., Kato, M. & Nomoto, K. (1996). *Astrophys. J.*, **470**, L97.

Herwig, F. (1998). *persönliche Mitteilungen.*

Herwig, F. (1999). *persönliche Mitteilungen.*

Herwig, F., Schönberner, D. & Blöcker, T. (1998). *Astron. Astrophys.*, **340**, 43.

Iben, I. & Tutukov, A.V. (1984). *Astrophys. J.*, **282**, 615.

Iglesias, C.A. & Rogers, F.J. (1996). *Astrophys. J.*, **464**, 943.

Itoh, N., Hayashi, H., Nishikawa, A. & Kohyama, Y. (1996). *Astrophys. J. Suppl. S.*, **102**, 411.

Kato, M. & Hachisu, I. (1999). *Astrophys. J. Lett.*, **517**, L41.

Kippenhahn, R. & Weigert, A. (1990). Stellar Structure and Evolution. *Springer Verlag, Berlin Heidelberg.*

Langer, N. (1995). Leben und Sterben der Sterne. *Verlag C.H.Beck, München.*

Li, X.-D. & van den Heuvel, E.P.J. (1997). *Astron. Astrophys.*, **322**, L9.

Montgomery, M.H., Klumpe, E.W., Winget, D.E. & Wood, M.A. (1999). *Astrophys. J.*, **525**, 482.

Nomoto, K. & Kondo, Y. (1991). *Astrophys. J.*, **367**, L19.

Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G. & Knop, R.A. (1999). *Astrophys. J.*, **517**, 565.

Prialnik, D. & Kovetz, A. (1995). *Astrophys. J.*, **445**, 789.

Provencal, J.L., Winget, D.E., Nather, R.E. & Robinson, E.L. (1995). *Astrophys. J.*, **445**, 927.

Riess, A.G., Filippenko, A.V., Challis, P., Clocchiatti, A. & Diercks, A. (1998). *Astron. J.*, **116**, 1009.

Shaviv, G. & Kovetz, A. (1972). *Astron. Astrophys.*, **16**, 72.

Stolzmann, W. & Blöcker, T. (1999a). *Astron. Astrophys.*, **314**, 1024.

Stolzmann, W. & Blöcker, T. (1999b). *submitted to Astron. Astrophys.*

Wellstein, S., Langer, N. & Braun, H. (2000). *in Vorbereitung.*

Wischnewski, E. (1993). Astronomie für die Praxis, Band 2. *Wissenschaftsverlag, Mannheim.*

Wood, M. A. (1994). Theoretical White Dwarf Luminosity Functions: DA Models. In *White Dwarfs*, Koester, D. & Werner, K. (Eds.). Springer, Heidelberg.

Wood, M.A. (1992). *Astrophys. J.*, **386**, 539.

Woosley, S.E. & Weaver, T.A. (1994). *Astrophys. J.*, **423**, 317.

Zimmermann, H. & Weigert, A. (1999). Lexikon der Astronomie. *Spektrum, Akademischer Verlag, Berlin Heidelberg.*

Danksagung

Ich möchte mich ganz herzlich bei meinem Betreuer Prof. Dr. Norbert Langer für die umfangreiche Unterstützung bei der Durchführung meiner Diplomarbeit bedanken. Die vielen lehrreichen Diskussionen mit ihm waren für das Entstehen dieser Arbeit von großer Bedeutung.
Ganz besonderer Dank gilt auch Dr. Falk Herwig, durch dessen Mithilfe große Abschnitte der Kapitel 2 und 3 entstanden sind.
Für die Unterstützung bei Fragen der Programmierung danke ich Stephan Wellstein und Stefan Schmidt.
Weiterhin möchte ich mich bei allen Mitgliedern des Lehrstuhls für Astrophysik der Universität Potsdam, insbesondere bei Andrea Brockhaus, für die angenehme Arbeitsatmosphäre bedanken.
Prof. Dr. Karl-Heinz Schmidt danke ich für die vielen Hinweise bei der Durchsicht des Manuskripts der vorliegenden Arbeit.

Erklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel 'Helium-Akkretion auf C/O-Weiße Zwerge' selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe.
Diese Arbeit wurde an keiner anderen Hochschule eingereicht.

Potsdam, 2. Mai 2000 Silvia Scheithauer